

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TS LỚP 10 THPT TP HÀ NỘI NĂM HỌC 2012-2013
(Dựa theo HDG của Tổ Toán THCS Trường Nguyễn Tất Thành)

| | Đáp án | | | | | | | | | | |
|----------------|--|--------|----|----|---|----|-----|----|----|----|----|
| Câu I | <p>1) Với $x=36$ thì $\sqrt{x}=6 \Rightarrow A = \frac{6+4}{6+2} = \frac{5}{4}$.</p> <p>2) Với $x \geq 0; x \neq 16$, $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{4}{\sqrt{x-4}} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-4}) + 4(\sqrt{x+4})}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})} \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{x+16}$ $= \frac{x-4\sqrt{x}+4\sqrt{x}+16}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})} \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{x+16} = \frac{(x+16)(\sqrt{x+2})}{(x-16)(x+16)} = \frac{\sqrt{x+2}}{x-16}$.</p> <p>3) Ta có: $B(A-1) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-16} \cdot \left(\frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+2}} - 1 \right) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-16} \cdot \frac{2}{\sqrt{x+2}} = \frac{2}{x-16}$.</p> <p>$B(A-1)$ nguyên $\Leftrightarrow x-16$ là ước của 2, ta có bảng giá trị tương ứng:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$x-16$</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>2</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>17</td> <td>15</td> <td>18</td> <td>14</td> </tr> </table> <p>Kết hợp ĐK $x \geq 0, x \neq 16$, ta được: $x=14; 15; 17; 18$.</p> | $x-16$ | 1 | -1 | 2 | -2 | x | 17 | 15 | 18 | 14 |
| $x-16$ | 1 | -1 | 2 | -2 | | | | | | | |
| x | 17 | 15 | 18 | 14 | | | | | | | |
| Câu II | <p>Gọi thời gian để người thứ 1 làm một mình xong công việc là x (giờ), ĐK: $x > 0$. \Rightarrow thời gian người 2 làm một mình xong công việc là $x+2$ (giờ).</p> <p>Mỗi giờ người thứ 1 làm được $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ 2 làm được $\frac{1}{x+2}$ công việc.</p> <p>Vì 2 người làm chung trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong công việc, ta có PT: $\frac{12}{5} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} \right) = 1$.</p> <p>Giải PT, ta được: $\begin{cases} x=4 \\ x=\frac{-6}{5} \end{cases}$. Kết hợp ĐK thì $x=4$ thỏa mãn, $x=\frac{-6}{5}$ loại.</p> <p>Vậy thời gian người 1 làm một mình xong công việc là 4 giờ, thời gian người 2 làm một mình xong công việc là $4+2=6$ (giờ).</p> | | | | | | | | | | |
| Câu III | <p>1) Giải hệ: $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$ (ĐK: $x, y \neq 0$).</p> <p>Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{2}{y} = 4 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{6}{x} = 4+1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{x} = 5 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \frac{2}{2} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.</p> <p>Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=(2;1)$.</p> <p>Ghi chú: Có thể đặt $X = \frac{1}{x}$, $Y = \frac{1}{y}$ để đưa về hệ bậc nhất 2 ẩn X, Y</p> <p>2) $x^2 - (4m-1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (1) Ta có $\Delta = (4m-1)^2 - 4(3m^2 - 2m) = 4m^2 + 1 > 0 \forall m$. \Rightarrow PT (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Theo ĐL Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m-1 \\ x_1 x_2 = 3m^2 - 2m \end{cases}$. Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 7$</p> | | | | | | | | | | |

$$\Leftrightarrow (4m-1)^2 - 2(3m^2 - 2m) = 7 \Leftrightarrow 10m^2 - 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-3}{5} \end{cases}$$

1)

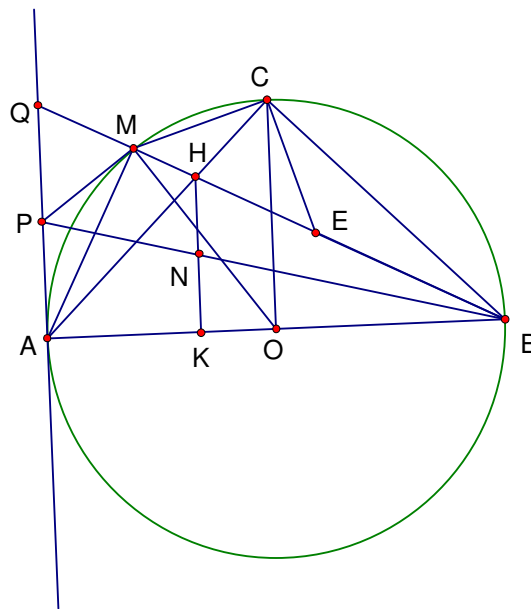
Ta có:

$\widehat{HCB} = 90^\circ$ (Góc nt chắn nửa đ tròn)

$\widehat{HKB} = 90^\circ$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{HCB} + \widehat{HKB} = 180^\circ$.

Vì hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác CBKH nội tiếp (đpcm)



Câu IV

2) Trong (O), $\widehat{ACM} = \widehat{ABM}$ (góc nt cùng chắn cung). Trong đường tròn ngoại tiếp tứ giác CBKH có $\widehat{ACK} = \widehat{ABM}$ (góc nt cùng chắn cung) $\Rightarrow \widehat{ACM} = \widehat{ACK}$ (đpcm)

3) Vì $CO \perp AB$ tại O nên CO là đường trung trực của AB, suy ra $CA=CB$.

Mà $\widehat{MAC} = \widehat{MBC}$ (hệ quả), $AM=BE$ (gt) $\Rightarrow \Delta MAC = \Delta EBC$ (c.g.c) $\Rightarrow \begin{cases} CM = CE(1) \\ \widehat{MCA} = \widehat{ECB} \end{cases}$

Vì $\widehat{ECB} + \widehat{HCE} = \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MCA} + \widehat{HCE} = 90^\circ$ hay $\widehat{MCE} = 90^\circ$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: ΔCME vuông cân tại C.

4) Từ giả thiết $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R \Rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{R}{MB} = \frac{BO}{BM} \Rightarrow \Delta APM \sim \Delta BOM$ (c.g.c)

(Vì $\frac{AP}{AM} = \frac{BO}{BM}$, $\widehat{PAM} = \widehat{OBM}$ (hệ quả)).

$\Rightarrow \frac{AP}{PM} = \frac{OB}{OM} = 1 \Rightarrow PA = PM$.

-Kéo dài PM cắt đường thẳng (d) tại Q. Vì $\widehat{AMB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AMQ} = 90^\circ$ hay tam giác

AMQ vuông tại M. Mà $PM=PA$ nên $\widehat{PAM} = \widehat{PMA} \Rightarrow \widehat{PMQ} = \widehat{PQM} \Rightarrow PQ = PM \Rightarrow$

$PA=PQ$ hay P là trung điểm của AQ.

Gọi N là giao điểm của BP với HK. Vì $HK \parallel AQ$ (cùng vuông góc AB) nên theo ĐL

Ta-lét, ta có: $\frac{NK}{PA} = \frac{BN}{BP} = \frac{HN}{PQ}$ mà $PA=PQ \Rightarrow NH = NK$ hay BP đi qua trung điểm N

của HK (đpcm)

Câu V

Tìm Min: Ta có $M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x}{4y} + \frac{y}{x} + \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y}$.

Theo bất Côsi thì $\frac{x}{4y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{4y} \cdot \frac{y}{x}} = 1$. Theo giả thiết: $\frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} \geq \frac{3}{4} \cdot \frac{2y}{y} = \frac{3}{2}$.

Do đó: $M \geq 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$. Dấu "=" khi $x=2y$. Suy ra GTNN của M là $\frac{5}{2}$ (khi $x=2y$).