

BÀI GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN – TS LỚP 10 HN – 2011

Bài I: (2,5 điểm) Với $x \geq 0$ và $x \neq 25$ ta có :

$$\begin{aligned} 1) \quad A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5(\sqrt{x}-5)}{x-25} \\ &= \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5\sqrt{x}-25}{x-25} = \frac{x-10\sqrt{x}+25}{x-25} = \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} \end{aligned}$$

$$2) \quad x = 9 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{9}-5}{\sqrt{9}+5} = -\frac{1}{4}$$

$$3) \quad A < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{x}-15 < \sqrt{x}+5$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} < 20 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 10 \Leftrightarrow 0 \leq x < 100$$

Bài II: (2,5 điểm)

Cách 1: Gọi x (ngày) ($x \in \mathbb{N}^*$) là số ngày theo kế hoạch đội xe chở hết hàng

Theo đề bài ta có: $\left(\frac{140}{x} + 5\right)(x-1) = 140 + 10$

$$\Leftrightarrow 140x + 5x^2 - \frac{140}{x} - 5 = 150 \Leftrightarrow 5x^2 - 15x - 140 = 0 \Leftrightarrow x = 7 \text{ hay } x = -4 \text{ (loại)}$$

Vậy đội xe chở hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.

Cách 2: Gọi a (tần) ($a \geq 0$): số tần hàng mỗi ngày,

b (ngày) ($b \in \mathbb{N}^*$): số ngày

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} a \cdot b = 140 \\ (a+5)(b-1) = 140 + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot b = 140 \\ 5b - a = 15 \end{cases} \Rightarrow 5b^2 - 15b = 140$

$$\Leftrightarrow b = 7 \text{ hay } b = -4 \text{ (loại)}. \text{ Vậy đội xe chở hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.}$$

Bài III: (1,0 điểm)

1) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 1$ là:

$$x^2 = 2x + 8 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ hay } x = 4$$

$$y(-2) = 4, y(4) = 16$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 2$ là: $(-2; 4)$ và $(4; 16)$.

2) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 = 2x - m^2 + 9$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m^2 - 9 = 0 \quad (1)$$

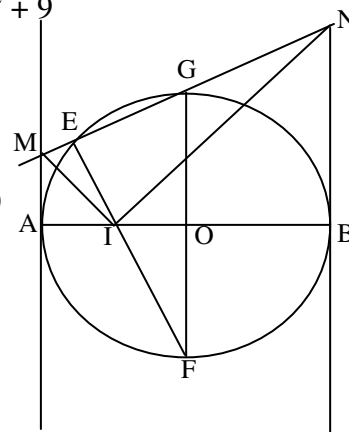
$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (1) \text{ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu} \Leftrightarrow a \cdot c = m^2 - 9 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 < 9 \Leftrightarrow |m| < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 3.$$

Bài IV: (3,5 điểm)

1) Xét tứ giác MAIE có 2 góc vuông là góc A, và góc E (đối nhau) nên chúng nội tiếp trong đường tròn đường kính MI.

2) Tương tự ta có tứ giác ENBI nội tiếp đường tròn đường kính IN. Vậy góc ENI = góc EBI (vì cùng chắn cung EI)
Tương tự góc EMI = góc EAI (vì cùng chắn cung EI)



Mà góc EAI + góc EBI = 90^0 (ΔEAD vuông tại E)
 \Rightarrow góc MIN = $180^0 - (\text{góc EMI} + \text{góc ENI})$
 $= 180^0 - 90^0 = 90^0$

3) Xét 2 tam giác vuông MAI và IBN
 Ta có góc NIB = góc IMA (góc có cạnh thẳng góc)
 \Rightarrow chúng đồng dạng
 $\Rightarrow \frac{AM}{IB} = \frac{AI}{BN} \Leftrightarrow AM \cdot BN = AI \cdot BI$ (1)

4) Gọi G là điểm đối xứng của F qua AB. Ta có $AM + BN = 2OG$ (2) (Vì tứ giác AMNB là hình thang và cạnh OG là cạnh trung bình của AM và BN)

Ta có : $AI = \frac{R}{2}, BI = \frac{3R}{2}$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AM + BN = 2R$ và $AM \cdot BN = \frac{3R^2}{4}$

Vậy AM, BN là nghiệm của phương trình $X^2 - 2RX + \frac{3R^2}{4} = 0$

$\Rightarrow AM = \frac{R}{2}$ hay $BN = \frac{3R}{2}$. Vậy ta có 2 tam giác vuông cân là MAI cân tại A và

NBI cân tại B $\Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{R}{\sqrt{2}}$ và $NI = \frac{3R\sqrt{2}}{2} = \frac{3R}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow S_{(MIN)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3R}{\sqrt{2}} = \frac{3R^2}{4}$

Cách khác góc AEF = 45^0 (chấn cung AF) mà góc AMI = góc AEI
 suy ra góc AMI = 45^0 suy ra tam giác AMI cân tại A. Tương tự tam giác BNI cân tại B

$\Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{R}{\sqrt{2}}$ và $NI = \frac{3R\sqrt{2}}{2} = \frac{3R}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow S_{(MIN)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3R}{\sqrt{2}} = \frac{3R^2}{4}$

Bài V: (0,5 điểm)

$$M = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + x + \frac{1}{4x} + 2010 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{4x}} + 2010 = 2011$$

khi $x = \frac{1}{2}$ ta có $M = 2011$. Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 2011.

Th.S. Hoàng Hữu Vinh
 (Trường THPT Vĩnh Viễn – TP.HCM)