Gợi ý làm bài thi môn Toán

Kỳ thi tuyển sinh lớp 10 Hà Nội năm học 2009-2010

Bài I/ *(2,5 điểm)*

Cho biểu thức A $= \dfrac{x}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$, với x ≥ 0 và x $\neq 4$

1/ Rút gọn biểu thức A.

2/ Tính giá trị của biểu thức A khi x = 25.

3/ Tìm giá trị của x để A = $-\dfrac{1}{3}$

Giải:

1/ A $= \dfrac{x}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{x+\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \dfrac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$= \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

2/ A $= \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{25}-2} = \dfrac{5}{3}$

3/ A $= -\dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = -\sqrt{x}+2$

$4\sqrt{x} = 2$

$\sqrt{x} = \dfrac{1}{2}$

$x = \dfrac{1}{4}$

Bài II/ *(2,5 điểm)*

Giải bài toán sau đây bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Giải:

Gọi số áo tổ 2 may được trong 1 ngày là x (x $\in$ N*)

số áo tổ 1 may được trong 1 ngày là x +10

3 ngày tổ 1 may được 3(x+10)

5 ngày tổ 2 may được 5x

Theo đề bài hai tổ may được 1310 chiếc, ta có:

3(x+10) + 5x = 1310

3x + 30 + 5x = 1310

8x + 30 = 1310

8x = 1280

x = 1280:8

x = 160

Vậy 1 ngày tổ 2 may được 160 chiếc áo

1 ngày tổ 1 may được 160+10 = 170 chiếc áo.

Bài III/ *(1,0 điểm)*

Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$

1/ Giải phương trình đã cho khi m = 1.

2/ Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Giải:

1/ Khi m = 1: $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$a+b+c = 1 + (-4) + 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1;\ x_2 = \frac{c}{a} = 3$$

2/ Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $\Delta' > 0$

$$\Delta' = [-(m+1)]^2 - (m^2+2)$$
$$= m^2 + 2m + 1 - m^2 - 2$$
$$= 2m - 1 > 0$$
$$\Rightarrow m > \frac{1}{2}$$

Ta có:

$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$ (Theo Vi-et $x_1+x_2 = \frac{-b}{a} = 2m+1$;$x_1x_2 = \frac{c}{a} = m^2+2$)

$$= [2(m+1)]^2 - 2(m^2+2)$$
$$= 4(m^2 + 2m + 1) - 2m^2 - 4$$
$$= 4m^2 + 8m + 4 - 2m^2 - 4$$
$$= 2m^2 + 8m$$

Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 10$:

$$2m^2 + 8m = 10$$
$$\Rightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0$$
$$2(m^2 + 4m - 5) = 0$$
$$2(m^2 + 5m - m - 5) = 0$$
$$2[m(m+5)-(m+5)] = 0$$
$$2(m+5)(m-1) = 0$$

Được:

$$\left[\begin{array}{l} m = -5 \text{ lo¹i} \\ m = 1 \end{array}\right.$$

Bài IV/ *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O;R) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B,C là các tiếp điểm)

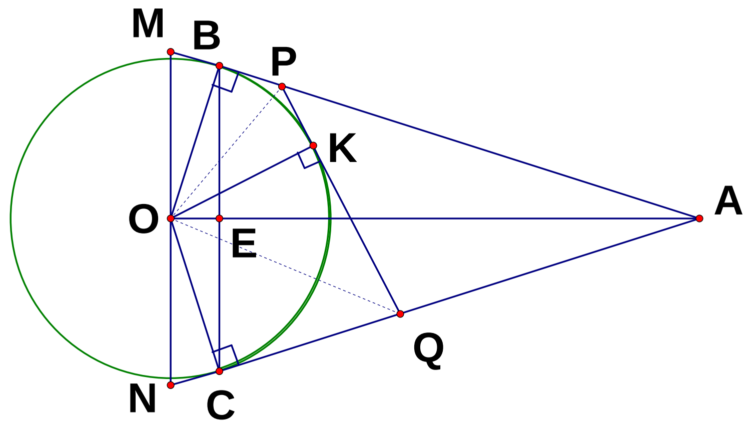
1/ Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

2/ Gọi E là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và OE.OA = R^2.

3/ Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O;R) lấy điểm K bất kỳ (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của đường tròn (O;R) cắt AB, AC theo thứ tự các điểm P, Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

4/ Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại các điểm M, N. Chứng minh PM + QN $\geq$ MN.

Giải:



1/ Xét ◊ABOC có $\angle ABO$ = 1V (tính chất tiếp tuyến)

$\angle ACO$ = 1V (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow \angle ABO + \angle ACO$ = 1V + 1V = 2V

là hai góc đối diện $\Rightarrow$ ◊ABOC nội tiếp.

2/ AB = AC (t/c 2 tiếp tuyến cùng xuất phát từ 1 điểm) $\Rightarrow$ ΔABC cân.

mà AO là phân giác của $\angle BAC$ (t/c 2 tiếp tuyến cùng xuất phát từ 1 điểm) $\Rightarrow$ AO là đường cao của ΔABC hay $AO \perp BC$.

Xét ΔABO vuông ở B có BE là đường cao, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông $\Rightarrow OB^2$ = OE.OA, mà OB = R $\Rightarrow R^2$ = OE.OA

3/ PK = PB (t/c 2 tiếp tuyến cùng xuất phát từ 1 điểm)

KQ = QC (t/c 2 tiếp tuyến cùng xuất phát từ 1 điểm)

Xét PΔAPQ = AP + AQ + QP

= AP + AQ + PK + KQ

= AP + PK + AQ + KQ

= AP + PB + AQ + QC

= AB + AC

= 2AB

$\left.\begin{array}{l}\text{- (O) cố định}\\ \text{- A cố định}\end{array}\right\}$ AB không đổi

4/ $\Delta OMP \backsim \Delta QNO \Rightarrow \dfrac{MP}{ON} = \dfrac{OM}{QN} \Rightarrow MP.QN = OM.ON = \dfrac{MN}{2}.\dfrac{MN}{2} = \dfrac{MN^2}{4}$

$\Rightarrow MN^2 = 4MP.QN$

$MN = 2\sqrt{MP.QN} \le MP+NQ$ (Theo BĐT Cauchy)

Hay $MP+NQ \ge MN$ (ĐPCM)

Bài V/ *(0,5 điểm)*

Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$.

Giải:

$$\sqrt{x^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \quad 2\sqrt{x^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}}} = 2x^3 + x^2 + 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{4x^2 - 1 + 4\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}}} = x^2(2x + 1) + (2x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{4x^2 - 1 + 2\sqrt{4x^2 + 4x + 1}} = (2x + 1)(x^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{(2x+1)(2x-1) + 2\sqrt{(2x+1)^2}} = (2x + 1)(x^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{(2x+1)(2x-1) + 2|2x+1|} = (2x + 1)(x^2 + 1)$$

Ta thấy: Vế trái của PT luôn ≥ 0 với $\forall x$

mà $x^2 + 1 > 0$ với $\forall x$

$\Rightarrow 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

PT $\Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)(2x-1) + 2(2x+1)} = (2x + 1)(x^2 + 1)$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)(2x-1+2)} = (2x + 1)(x^2 + 1)$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2} = (2x + 1)(x^2 + 1)$

$\Leftrightarrow 2x+1 = (2x + 1)(x^2 + 1)$

$\Leftrightarrow (2x + 1)(x^2 + 1-1) = 0$

$\Leftrightarrow x^2(2x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x + 1 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Thử lại, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn.

Kết luận: PT có 2 nghiệm $x = 0$; $x = -\frac{1}{2}$

Người giải đề thi: **NGUYỄN NGỌC ĐẠI**

(Giáo viên Trường THCS Đống Đa, Hà Nội)