**Đề 1**

**Bài 1 :** (*2 điểm*)

a) Tính :

$$(\sqrt{2} + 1).(\sqrt{2} - 1)$$

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

**Bài 2 :** (*2 điểm*)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}\right) : \frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

**Bài 3 :** (*2 điểm*)

Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km ; cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nứa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nứa tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

**Bài 4 :** (*3 điểm*)

Cho đường tròn tâm O bán kính R, hai điểm C và D thuộc đường tròn, B là trung điểm của cung nhỏ CD. Kẻ đường kính BA ; trên tia đối của tia AB lấy điểm S, nối S với C cắt (O) tại M ; MD cắt AB tại K ; MB cắt AC tại H.

a) Chứng minh ∠ BMD = ∠ BAC, từ đó => tứ giác AMHK nội tiếp.

b) Chứng minh : HK // CD.

c) Chứng minh : OK.OS = $R^2$.

**Bài 5 :** (*1 điểm*)

Cho hai số a và b khác 0 thỏa mãn : 1/a + 1/b = 1/2

Chứng minh phương trình ẩn x sau luôn có nghiệm : $(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0$.

**Hướng dẫn giải**

**Bài 3:**

Do ca nô xuất phát từ A cùng với bè nứa nên thời gian của ca nô bằng thời gian bè nứa: $\frac{8}{4} = 2$ (h)

Gọi vận tốc của ca nô là x (km/h) (x>4)

Theo bài ta có: $\frac{24}{x+4} + \frac{24-8}{x-4} = 2 \Leftrightarrow \frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4} = 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 40x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 20 \end{array}\right.$$

Vởy vận tốc thực của ca nô là 20 km/h

Bài 4:

a) Ta có $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD}$ (GT) $\rightarrow$ $\widehat{BMD} = \widehat{BAC}$ (2 góc nội tiếp chắn 2 cung băng nhau)

* Do $\widehat{BMD} = \widehat{BAC}$ $\rightarrow$ A, M nhìn HK dưới 1 góc bằng nhau $\rightarrow$ MHKA nội tiếp.

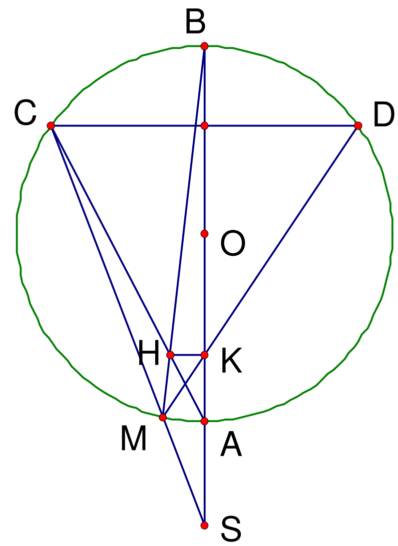
b) Do BC = BD (do $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{BD}$), OC = OD (bán kính) $\rightarrow$ OB là đường trung trực của CD

$\rightarrow$ CD $\perp$ AB (1)

Xet MHKA: là tứ giác nội tiếp, $\widehat{AMH} = 90^0$ (góc nt chắn nửa đường tròn) $\rightarrow$ $\widehat{HKA} = 180^0 - 90^0 = 90^0$ (đl)

$\rightarrow$ HK $\perp$ AB (2)

Từ 1,2 $\rightarrow$ HK // CD




Bài 5:

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + ax + b = 0 \ \ (*) \\ x^2 + bx + a = 0 \ \ (**) \end{array}\right.$$

(*) $\rightarrow$ $\Delta = \alpha^2 - 4b$, Để PT có nghiệm $a^2 - 4b \ge 0 \Leftrightarrow a^2 \ge 4b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \ge \frac{1}{2\sqrt{b}}$ (3)

(**) $\rightarrow$ $\Delta = b^2 - 4a$ Để PT có nghiệm thì $b^2 - 4a \ge 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b} \ge \frac{1}{2\sqrt{a}}$ (4)

Cộng 3 với 4 ta có: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ge \frac{1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{b}}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{b}} \le \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4a} + \frac{1}{4b} \le \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \le \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{8} \le \frac{1}{4}$ (luôn luôn đúng với mọi a, b)

***De 2***

***Đề thi gồm có hai trang.***

**PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN : (4 điểm)**

1. Tam giác ABC vuông tại A có $\text{tg}B = \frac{3}{4}$. Giá trị $\cos C$ bằng :

a). $\cos C = \frac{3}{5}$ ; b). $\cos C = \frac{4}{5}$; c). $\cos C = \frac{5}{3}$; d). $\cos C = \frac{5}{4}$

2. Cho một hình lập phương có diện tích toàn phần $S_1$ ; thể tích $V_1$ và một hình cầu có diện tích $S_2$ ; thể tích $V_2$. Nếu $S_1 = S_2$ thì tỷ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng :

a). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{6}{\pi}}$ ; b). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$ ; c). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{4}{3\pi}}$ ; d). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{3\pi}{4}}$

3. Đẳng thức $\sqrt{x^4 - 8x^2 + 16} = 4 - x^2$ xảy ra khi và chỉ khi :

a). $x \geq 2$ ; b). $x \leq -2$ ; c). $x \geq -2$ và $x \leq 2$ ; d). $x \geq 2$ hoặc $x \leq -2$

4. Cho hai phương trình $x^2 - 2x + a = 0$ và $x^2 + x + 2a = 0$. Để hai phương trình cùng vô nghiệm thì :

a). $a > 1$ ; b). $a < 1$ ; c). $a > \frac{1}{8}$ ; d). $a < \frac{1}{8}$

5. Điều kiện để phương trình $x^2 - (m^2 + 3m - 4)x + m = 0$ có hai nghiệm đối nhau là :

a). $m < 0$ ; b). $m = -1$ ; c). $m = 1$ ; d). $m = -4$

6. Cho phương trình $x^2 - x - 4 = 0$ có nghiệm $x_1$, $x_2$. Biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ có giá trị :

a). $A = 28$ ; b). $A = -13$ ; c). $A = 13$ ; d). $A = 18$

7. Cho góc α nhọn, hệ phương trình $\begin{cases} x\sin\alpha - y\cos\alpha = 0 \\ x\cos\alpha + y\sin\alpha = 1 \end{cases}$ có nghiệm :

a). $\begin{cases} x = \sin\alpha \\ y = \cos\alpha \end{cases}$ ; b). $\begin{cases} x = \cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$ ; c). $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ ; d). $\begin{cases} x = -\cos\alpha \\ y = -\sin\alpha \end{cases}$

8. Diện tích hình tròn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh $a$ là :

a). $\pi a^2$ ; b). $\frac{3\pi a^2}{4}$ ; c). $3\pi a^2$; d). $\frac{\pi a^2}{3}$

**PHẦN 2. TỰ LUẬN : (16 điểm)**

**Câu 1 : (4,5 điểm)**

1. Cho phương trình $x^4-(m^2+4m)x^2+7m-1=0$. Định $m$ để phương trình có 4 nghiệm phân biệt và tổng bình phương tất cả các nghiệm bằng 10.
2. Giải phương trình: $\frac{3}{x^4+x^2+1}+5=3x^2(x^2+1)$

**Câu 2 : (3,5 điểm)**

1. Cho góc nhọn α. Rút gọn không còn dấu căn biểu thức :
$$P=\sqrt{\cos^2\alpha-2\sqrt{1-\sin^2\alpha}+1}$$
2. Chứng minh: $\left(4+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}}=\sqrt{2}$

**Câu 3 : (2 điểm)**

Với ba số không âm a, b, c, chứng minh bất đẳng thức :
$$a+b+c+1\ge\frac{2}{3}\left(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}+\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)$$
Khi nào đẳng thức xảy ra ?

**Câu 4 : (6 điểm)**

Cho 2 đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại hai điểm A, B phân biệt. Đường thẳng OA cắt (O), (O’) lần lượt tại điểm thứ hai C, D. Đường thẳng O’A cắt (O), (O’) lần lượt tại điểm thứ hai E, F.

1. Chứng minh 3 đường thẳng AB, CE và DF đồng quy tại một điểm I.
2. Chứng minh tứ giác BEIF nội tiếp được trong một đường tròn.
3. Cho PQ là tiếp tuyến chung của (O) và (O’) (P ∈ (O), Q ∈ (O’)). Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm của đoạn thẳng PQ.

**-----HẾT-----**

## ĐÁP ÁN

**PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN : (4 điểm) 0,5đ $\times$ 8**

| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a). | x | | | x | | | | |
| b). | | x | | | | | x | |
| c). | | | x | | | x | | |
| d). | | | | | x | | | x |

**PHẦN 2. TỰ LUẬN :**

**Câu 1 : (4,5 điểm)**

1.

Đặt $X = x^2\,(X \geq 0)$

Phương trình trở thành $X^4 - (m^2+4m)X^2 + 7m - 1 = 0$ (1)

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt dương +

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2+4m)^2 - 4(7m-1) > 0 \\ m^2 + 4m > 0 \\ 7m - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{(I)} +$$

Với điều kiện (I), (1) có 2 nghiệm phân biệt dương $X_1$ , $X_2$.

$\Rightarrow$ phương trình đã cho có 4 nghiệm $x_{1,2} = \pm\sqrt{X_1}$ ; $x_{3,4} = \pm\sqrt{X_2}$

$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 2(X_1 + X_2) = 2(m^2+4m)$ +

Vậy ta có $2(m^2+4m) = 10 \Rightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -5 \end{array}\right.$ +

Với $m = 1$, (I) được thỏa mãn +

Với $m = -5$, (I) không thỏa mãn. +

Vậy $m = 1$.

2.

Đặt $t = x^4 + x^2 + 1$ $(t \geq 1)$

Được phương trình $\frac{3}{t} + 5 = 3(t-1)$ +

$3t^2 - 8t - 3 = 0$

$\Rightarrow$ t = 3 ; $t = -\frac{1}{3}$ (loại) +

Vậy $x^4 + x^2 + 1 = 3$

$\Rightarrow x = \pm 1$. +

**Câu 2 : (3,5 điểm)**

1.

$P = \sqrt{\cos^2\alpha - 2\sqrt{1-\sin^2\alpha} + 1} = \sqrt{\cos^2\alpha - 2\sqrt{\cos^2\alpha} + 1}$

$P = \sqrt{\cos^2\alpha - 2\cos\alpha + 1}$ (vì cosα > 0) +

$P = \sqrt{(\cos\alpha - 1)^2}$ +

$P = 1 - \cos\alpha$ (vì cosα < 1) +

2.

$\left(4+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}} = \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\sqrt{\left(4+\sqrt{15}\right)^2\left(4-\sqrt{15}\right)}$ +

$= \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\sqrt{4+\sqrt{15}}$

$= \sqrt{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2\left(4+\sqrt{15}\right)}$ +

$= \sqrt{\left(8-2\sqrt{15}\right)\left(4+\sqrt{15}\right)}$ +

$= \sqrt{2}$ +

**Câu 3 : (2 điểm)**

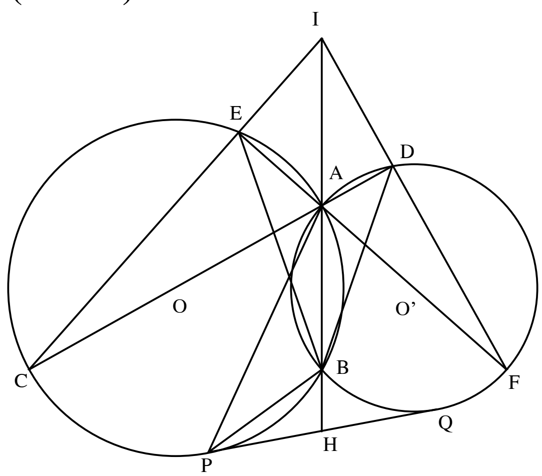
$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab}$ +

Tương tự,
$$\left.\begin{array}{l} a+c \geq 2\sqrt{ac} \\ b+c \geq 2\sqrt{bc} \\ a+1 \geq 2\sqrt{a} \\ b+1 \geq 2\sqrt{b} \\ c+1 \geq 2\sqrt{c} \end{array}\right\}$$ +

Cộng vế với vế các bất đẳng thức cùng chiều ở trên ta được điều phải chứng minh.
+

Đẳng thức xảy ra ⇔ $a = b = c = 1$
+

**Câu 4 :** **(6 điểm)**




+

1.

Ta có : ABC = 1v

ABF = 1v

⇒ B, C, F thẳng hàng. +

AB, CE và DF là 3 đường cao của tam giác ACF nên chúng đồng quy. ++

2.

ECA = EBA (cùng chắn cung AE của (O) +

Mà ECA = AFD (cùng phụ với hai góc đối đỉnh) +

⇒ EBA = AFD hay EBI = EFI +

⇒ Tứ giác BEIF nội tiếp. +

3.

Gọi H là giao điểm của AB và PQ

Chứng minh được các tam giác AHP và PHB đồng dạng +

$\Rightarrow \dfrac{HP}{HB} = \dfrac{HA}{HP} \Rightarrow HP^2 = HA.HB$ +

Tương tự, $HQ^2 = HA.HB$ +

⇒ HP = HQ ⇒ H là trung điểm PQ. +

***Lưu ý :***

- Mỗi dấu "+" tương ứng với 0,5 điểm.
- Các cách giải khác được hưởng điểm tối đa của phần đó.
- Điểm từng phần, điểm toàn bài không làm tròn.

**Đề 3**

**I.Trắc nghiệm:(2 điểm)**

Hãy ghi lại một chữ cái đứng trước khẳng định đúng nhất.

Câu 1: **Kết quả của phép tính** $\left(8\sqrt{18}-2\sqrt{98}+\sqrt{72}\right):\sqrt{2}$ **là :**

**A . 4** **B .** $5\sqrt{2}+6$ **C . 16** **D . 44**

Câu 2 : **Giá trị nào của m thì phương trình $mx^2 + 2x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt :**

A. $m \neq 0$ **B.** $m < \frac{1}{4}$ **C.** $m \neq 0$ và $m < \frac{1}{4}$ **D.** $m \neq 0$ và $m < 1$

Câu 3 :**Cho** $\triangle ABC$ **nội tiếp đường tròn (O) có** $\widehat{B} = 60^0; \widehat{C} = 45^0$**. Sđ**$\overset{\frown}{BC}$ **là:**

**A . $75^0$** **B . $105^0$** **C . $135^0$** **D . $150^0$**

Câu 4 : **Một hình nón có bán kính đường tròn đáy là 3cm, chiều cao là 4cm thì diện tích xung quanh hình nón là:**

**A $9\pi(cm^2)$** **B. $12\pi(cm^2)$** **C . $15\pi(cm^2)$** **D. $18\pi(cm^2)$**

**II. Tự Luận: (8 điểm)**

Câu 5 : **Cho biểu thức A=**$\frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

**a) Tìm x để biểu thức A có nghĩa.**

**b) Rút gọn biểu thức A.**

**c) Với giá trị nào của x thì A<1.**

Câu 6 : **Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì đầy bể sau 2 giờ 24 phút. Nếu chảy riêng từng vòi thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 2 giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu thì đầy bể?**

Câu 7 : **Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C (AB>BC). Vẽ đường tròn tâm (O') đường kính BC.Gọi I là trung điểm của AC. Vẽ dây MN vuông góc với AC tại I, MC cắt đường tròn tâm O' tại D.**

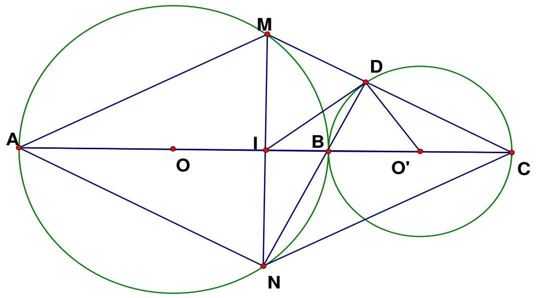
**a) Tứ giác AMCN là hình gì? Tại sao?**

**b) Chứng minh tứ giác NIDC nội tiếp?**

**c) Xác định vị trí tương đối của ID và đường tròn tâm (O) với đường tròn tâm (O').**

**Đáp án**

| Câu | Nội dung | Điểm |
|---|---|---|
| **1** | **C** | **0.5** |
| **2** | **D** | **0.5** |
| **3** | **D** | **0.5** |
| **4** | **C** | **0.5** |
| **5** | **a) A có nghĩa** $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$ | **0.5** |
| | **b) A=** $\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}$ | **0.5** |
| | **=** $\sqrt{x}-1+\sqrt{x}$ | **0.25** |
| | **=2**$\sqrt{x}-1$ | **0.25** |
| | **c) A<1** $\Rightarrow$ **2**$\sqrt{x}-1$**<1** | **0.25** |
| | $\Rightarrow 2\sqrt{x} < 2$ | **0.25** |
| | $\Rightarrow \sqrt{x} < 1$ $\Rightarrow$**x<1** | **0.25** |
| | **Kết hợp điều kiện câu a)** $\Rightarrow$ **Vậy với** $0 \leq x < 1$ **thì A<1** | **0.25** |
| **6** | **2giờ 24 phút=**$\dfrac{12}{5}$ **giờ**<br>**Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ) ( Đk x>0)** | **0.25** |
| | **Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là: x+2 (giờ)**<br>**Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được :** $\dfrac{1}{x}$ **(bể)**<br>**Trong 1 giờ vòi thứ hai chảy được :** $\dfrac{1}{x+2}$ **(bể)**<br>**Trong 1 giờ cả hai vòi chảy được :** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+2}$ **(bể)** | **0.5** |
| | **Theo bài ra ta có phương trình:** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{1}{\frac{12}{5}}$ | **0.25** |
| | **Giaỉ phương trình ta được** $x_1=4$; $x_2=-\dfrac{6}{5}$ **(loại)** | **0.75** |
| | **Vậy: Thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là:4 giờ**<br>**Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là: 4+2 =6(giờ)** | **0.25** |
| **7** | **Vẽ hình và ghi gt, kl đúng** | **0.5** |

| | | |
|---|---|---|
| |  | |
| | **a) Đường kính AB$\perp$MN (gt) $\Rightarrow$I là trung điểm của MN (Đường kính và dây cung)** | **0.5** |
| | **IA=IC (gt) $\Rightarrow$Tứ giác AMCN có đương chéo AC và MN cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường và vuông góc với nhau nên là hình thoi.** | **0.5** |
| | **b)** $\widehat{ANB}=90^0$ **(góc nội tiếp chắn 1/2 đường tròn tâm (O) )**<br>$\Rightarrow$**BN $\perp$AN.** | |
| | **AN// MC (cạnh đối hình thoi AMCN).**<br>$\Rightarrow$**BN $\perp$MC (1)** | |
| | $\widehat{BDC}=90^0$**(góc nội tiếp chắn 1/2 đường tròn tâm (O$'$) )**<br>**BD $\perp$MC (2)** | |
| | **Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ N,B,D thẳng hàng do đó** $\widehat{NDC}=90^0$**(3).**<br>$\widehat{NIC}=90^0$ **(vì AC$\perp$MN) (4)** | **0.5** |
| | **Từ (3) và (4) $\Rightarrow$N,I,D,C cùng nằm trên đường tròn đường kính NC**<br>$\Rightarrow$ **Tứ giác NIDC nội tiếp** | **0.5** |
| | **c) O$\in$BA. O$'\in$BC mà BA vafBC là hai tia đối nhau $\Rightarrow$B nằm giữa O và O$'$ do đó ta có OO$'$=OB + O$'$B $\Rightarrow$ đường tròn (O) và đường tròn (O$'$) tiếp xúc ngoài tại B** | **0.5** |
| | $\triangle$**MDN vuông tại D nên trung tuyến DI =**$\frac{1}{2}$**MN =MI $\Rightarrow\triangle$MDI cân**<br>$\Rightarrow \widehat{IMD}=\widehat{IDM}$ **.**<br>**Tương tự ta có**$\widehat{O'DC}=\widehat{O'CD}$ **mà** $\widehat{IMD}+\widehat{O'CD}=90^0$ **(vì** $\widehat{MIC}=90^0$**)** | **0.25** |
| | $\Rightarrow \widehat{IDM}+\widehat{O'DC}=90^0$ **mà** $\widehat{MDC}=180^0 \Rightarrow \widehat{IDO'}=90^0$<br>**do đó ID$\perp$DO $\Rightarrow$ID là tiếp tuyến của đường tròn (O$'$).** | **0.25** |

**Chú ý: Nếu thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa**

**Đề 4**

**Câu1** : Cho biểu thức

$$A=\left(\frac{x^3-1}{x-1}+x\right)\left(\frac{x^3+1}{x+1}-x\right):\frac{x(1-x^2)^2}{x^2-2} \text{ Với } x\neq\sqrt{2};\pm1$$

.a, Ruý gọn biểu thức A

.b , Tính giá trị của biểu thức khi cho x=$\sqrt{6+2\sqrt{2}}$

c. Tìm giá trị của x để A=3

**Câu2**.a, Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}(x-y)^2+3(x-y)=4\\2x+3y=12\end{cases}$$

b. Giải bất phương trình:

$$\frac{x^3-4x^2-2x-15}{x^2+x+3}<0$$

**Câu3**. Cho phương trình $(2m-1)x^2-2mx+1=0$

Xác định m để phương trình trên có nghiệm thuộc khoảng (-1,0)

**Câu 4**. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính BC .Điểm A thuộc nửa đường tròn đó Dưng hình vuông ABCD thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa đỉnh C. Gọi Flà giao điểm của AE và nửa đường tròn (O) . Gọi Klà giao điểm của CF và ED

a. Chứng minh rằng 4 điểm E,B,F,K. nằm trên một đường tròn
b. Tam giác BKC là tam giác gì ? Vì sao. ?

đáp án

**Câu 1**: a. Rút gọn A=$\frac{x^2-2}{x}$

b.Thay x= $\sqrt{6+2\sqrt{2}}$ vào A ta được A = $\frac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{6+2\sqrt{2}}}$

c. A = 3 <=> $x^2-3x-2=0$=> x = $\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

**Câu 2** : a)Đặt x - y= a ta được pt: $a^2+3a=4$ => a=-1; a=-4

Từ đó ta có $\begin{cases}(x-y)^2+3(x-y)=4\\2x+3y=12\end{cases}$ <=>

* $\begin{cases}x-y=1\\2x+3y=12\end{cases}$ (1)

* $\begin{cases}x-y=-4\\2x+3y=12\end{cases}$ (2)

Giải hệ (1) ta được x=3, y=2

Giải hệ (2) ta được x=0, y=4

Vậy hệ phương trình có nghiệm là x=3, y=2 hoặc x=0; y=4

b) Ta có $x^3-4x^2-2x-15=(x-5)(x^2+x+3)$

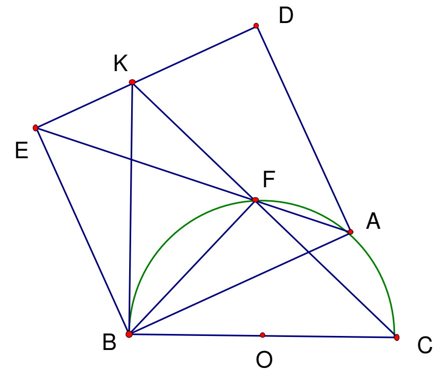
mà $x^2+x+3=(x+1/2)^2+11/4>0$ với mọi x

Vậy bất phương trình tương đương với x-5>0 =>x>5

**Câu 3**: Phương trình: $(2m-1)x^2-2mx+1=0$

- Xét 2m-1=0=> m=1/2 pt trở thành –x+1=0=> x=1

- Xét 2m-1≠0=> m≠ 1/2 khi đó ta có
  $\Delta'$ = $m^2$-2m+1= $(m-1)^2$≥0 mọi m=> pt có nghiệm với mọi m
  ta thấy nghiệm x=1 không thuộc (-1,0)
  với m≠ 1/2 pt còn có nghiệm x=$\frac{m-m+1}{2m-1}=\frac{1}{2m-1}$
  pt có nghiệm trong khoảng (-1,0)=> -1<$\frac{1}{2m-1}$<0
  $\begin{cases}\frac{1}{2m-1}+1>0\\2m-1<0\end{cases}$=>$\begin{cases}\frac{2m}{2m-1}>0\\2m-1<0\end{cases}$=>m<0
  Vậy Pt có nghiệm trong khoảng (-1,0) khi và chỉ khi m<0




**<u>Câu 4:</u>**

a. Ta có $\angle$KEB= $90^0$
mặt khác $\angle$BFC= $90^0$( góc nội tiếp chắn nữa đường tròn)
do CF kéo dài cắt ED tại D
=> $\angle$BFK= $90^0$ => E,F thuộc đường tròn đường kính BK
hay 4 điểm E,F,B,K thuộc đường tròn đường kính BK.
b. $\angle$BCF= $\angle$BAF
Mà $\angle$ BAF= $\angle$BAE=$45^0$=> $\angle$ BCF= $45^0$
Ta có $\angle$BKF= $\angle$ BEF
Mà $\angle$ BEF= $\angle$ BEA=$45^0$(EA là đường chéo của hình vuông ABED)=> $\angle$BKF=$45^0$
Vì $\angle$ BKC= $\angle$ BCK= $45^0$=> tam giác BCK vuông cân tại B

**Đề 5**

**<u>Bài 1</u>:** Cho biểu thức: P = $\left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\left(\frac{2\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}{x-1}\right)$

a,Rút gọn P

b,Tìm x nguyên để P có giá trị nguyên.

**<u>Bài 2</u>:** Cho phương trình: $x^2$-( 2m + 1)x + $m^2$ + m - 6= 0 (*)

a.Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm âm.

b.Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm $x_1$; $x_2$ thoả mãn $\left|x_1^3-x_2^3\right|$ =50

**<u>Bài 3</u>**: Cho phương trình: $ax^2$ + bx + c = 0 có hai nghiệm dương phân biệt $x_1$, $x_2$Chứng minh:

a,Phương trình $ct^2$ + bt + a =0 cũng có hai nghiệm dương phân biệt $t_1$ và $t_2$.

b,Chứng minh: $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

**<u>Bài 4</u>:** Cho tam giác có các góc nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O . H là trực tâm của tam giác. D là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a, Xác định vị trí của điểm D để tứ giác BHCD là hình bình hành.

b, Gọi P và Q lần lượt là các điểm đối xứng của điểm D qua các đường thẳng AB và AC . Chứng minh rằng 3 điểm P; H; Q thẳng hàng.

c, Tìm vị trí của điểm D để PQ có độ dài lớn nhất.

**<u>Bài 5</u>:** Cho hai số dương x; y thoả mãn: x + y $\leq$ 1

Tìm giá trị nhỏ nhất của: A = $\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{501}{xy}$

**Đáp án**

**<u>Bài 1</u>: (2 điểm).** ĐK: x $\geq 0; x\neq 1$

a, Rút gọn: P = $\frac{2x(x-1)}{x(x-1)}:\frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{x-1}$ <=> P = $\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b. P = $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=1+\frac{2}{\sqrt{x}-1}$

Để P nguyên thì

$\sqrt{x}-1=1 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$

$\sqrt{x}-1=-1 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0$

$\sqrt{x}-1=2 \Rightarrow \sqrt{x}=3 \Rightarrow x=9$

$\sqrt{x}-1=-2 \Rightarrow \sqrt{x}=-1 (Loai)$

Vậy với x= $\{0;4;9\}$ thì P có giá trị nguyên.

**Bài 2**: Để phương trình có hai nghiệm âm thì:

$$\begin{cases} \Delta=(2m+1)^2-4(m^2+m-6)\geq 0 \\ x_1x_2=m^2+m-6>0 \\ x_1+x_2=2m+1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=25>0 \\ (m-2)(m+3)>0 \Leftrightarrow m<-3 \\ m<-\frac{1}{2} \end{cases}$$

b. Giải phương trình: $\left|(m-2)^3-(m+3)^3\right|=50$

$$\Leftrightarrow \left|5(3m^2+3m+7)\right|=50 \Leftrightarrow m^2+m-1=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ m_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

<u>**Bài 3**</u>**:** a. Vì $x_1$ là nghiệm của phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ nên $ax_1^2 + bx_1 + c = 0$. .

Vì $x_1 > 0$ => $c.\left(\frac{1}{x^1}\right)^2+b.\frac{1}{x_1}+a=0.$ Chứng tỏ $\frac{1}{x_1}$ là một nghiệm dương của phương trình: $ct^2 + bt + a = 0$; $t_1 = \frac{1}{x_1}$ Vì $x_2$ là nghiệm của phương trình:

$ax^2 + bx + c = 0$ => $ax_2^2 + bx_2 + c = 0$

vì $x_2 > 0$ nên c. $\left(\frac{1}{x_2}\right)^2+b.\left(\frac{1}{x_2}\right)+a=0$ điều này chứng tỏ $\frac{1}{x_2}$ là một nghiệm dương của phương trình $ct^2 + bt + a = 0$ ; $t_2 = \frac{1}{x_2}$

Vậy nếu phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt $x_1$; $x_2$ thì phương trình : $ct^2 + bt + a = 0$ cũng có hai nghiệm dương phân biệt $t_1$ ; $t_2$ . $t_1 = \frac{1}{x_1}$ ; $t_2 = \frac{1}{x_2}$

b. Do $x_1$; $x_1$; $t_1$; $t_2$ đều là những nghiệm dương nên

$t_1 + x_1 = \frac{1}{x_1} + x_1 \geq 2$ $\qquad$ $t_2 + x_2 = \frac{1}{x_2} + x_2 \geq 2$

Do đó $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

**Bài 4**

a. Giả sử đã tìm được điểm D trên cung BC sao cho tứ giác BHCD là hình bình hành .

Khi đó: BD//HC; CD//HB vì H là trực tâm tam giác ABC nên

CH $\perp AB$ và BH$\perp AC$ => BD$\perp AB$ và CD$\perp AC$.

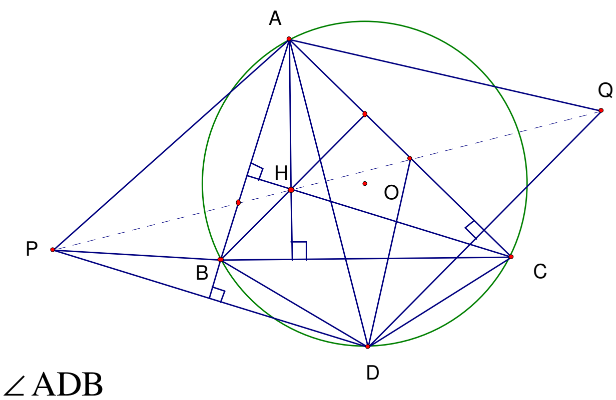
Do đó: $\angle ABD = 90^0$ và $\angle ACD = 90^0$.

Vậy AD là đường kính của đường tròn tâm O

Ngược lại nếu D là đầu đường kính AD

của đường tròn tâm O thì

tứ giác BHCD là hình bình hành.




b) Vì P đối xứng với D qua AB nên $\angle APB = \angle ADB$

nhưng $\angle ADB = \angle ACB$ nhưng $\angle ADB = \angle ACB$

Do đó: $\angle APB = \angle ACB$ Mặt khác:

$\angle AHB + \angle ACB = 180^0$ => $\angle APB + \angle AHB = 180^0$

Tứ giác APBH nội tiếp được đường tròn nên $\angle PAB = \angle PHB$

Mà $\angle PAB = \angle DAB$ do đó: $\angle PHB = \angle DAB$

Chứng minh tương tự ta có: $\angle CHQ = \angle DAC$

Vậy $\angle PHQ = \angle PHB + \angle BHC + \angle CHQ = \angle BAC + \angle BHC = 180^0$

Ba điểm P; H; Q thẳng hàng

c). Ta thấy $\Delta$ APQ là tam giác cân đỉnh A

Có AP = AQ = AD và $\angle PAQ = \angle 2BAC$ không đổi nên cạnh đáy PQ

đạt giá trị lớn nhất AP và AQ là lớn nhất hay AD là lớn nhất

D là đầu đường kính kẻ từ A của đường tròn tâm O

## Đề 6

***Bài 1***: Cho biểu thức: $P = \frac{x}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})} - \frac{y}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+1)} - \frac{xy}{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{y})}$

a). Tìm điều kiện của x và y để P xác định . Rút gọn P.

b). Tìm x,y nguyên thỏa mãn phương trình P = 2.

***Bài 2***: Cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) có hệ số góc m đi qua điểm M(-1 ; -2) .

a). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A , B phân biệt

b). Xác định m để A,B nằm về hai phía của trục tung.

***Bài 3***: Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

***Bài 4***: Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R và C là một điểm thuộc đường tròn $(C \neq A \,;\, C \neq B)$ . Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C , kẻ tia Ax tiếp xúc với đường tròn (O), gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC . Tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N.

a). Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân .

b). Khi MB = MQ , tính BC theo R.

***Bài 5***: Cho $x, y, z \in R$ thỏa mãn : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

Hãy tính giá trị của biểu thức : M = $\frac{3}{4}$ + $(x^8 - y^8)(y^9 + z^9)(z^{10} - x^{10})$ .

## Đáp án

***Bài 1***: a). Điều kiện để P xác định là :; $x \geq 0 \,;\, y \geq 0 \,;\, y \neq 1 \,;\, x + y \neq 0$ .

*). Rút gọn

P: $P = \frac{x(1+\sqrt{x}) - y(1-\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{y})} = \frac{(x-y) + (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{y})}$

$= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - \sqrt{xy} + y - xy)}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{y})}$

$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - \sqrt{y}(\sqrt{x}+1) + y(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{y})}$

$= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + y - y\sqrt{x}}{(1-\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(1-\sqrt{y})(1+\sqrt{y}) - \sqrt{y}(1-\sqrt{y})}{(1-\sqrt{y})} = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}.$

Vậy P = $\sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}.$

b). P = 2 $\Leftrightarrow$ $\sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}. = 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(1+\sqrt{y}\right)-\left(\sqrt{y}+1\right)=1$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(1+\sqrt{y}\right)=1$$

Ta có: $1+\sqrt{y}\geq 1 \Rightarrow \sqrt{x}-1\leq 1 \Leftrightarrow 0\leq x\leq 4 \Rightarrow$ x = 0; 1; 2; 3 ; 4

Thay vào ta có các cặp giá trị (4; 0) và (2 ; 2) thoả mãn

**Bài 2:** a). Đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm M(-1 ; -2) . Nên phương trình đường thẳng (d) là : $y = mx + m - 2$.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = mx + m - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 = 0 \ (*)$$

Vì phương trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0\ \forall m$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt , do đó (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b). A và B nằm về hai phía của trục tung $\Leftrightarrow$ phương trình : $x^2 + mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

***Bài 3*** : $\begin{cases} x+y+z=9 & (1)\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1 & (2)\\ xy+yz+xz=27 & (3)\end{cases}$

ĐKXĐ : $x\neq 0$, $y\neq 0$, $z\neq 0$.

$$\Rightarrow (x+y+z)^2=81 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)=81$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=81-2(xy+yz+zx) \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=27$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2=(xy+yz+zx) \Rightarrow 2(x^2+y^2+z^2)-2(xy+yz+zx)=0$$

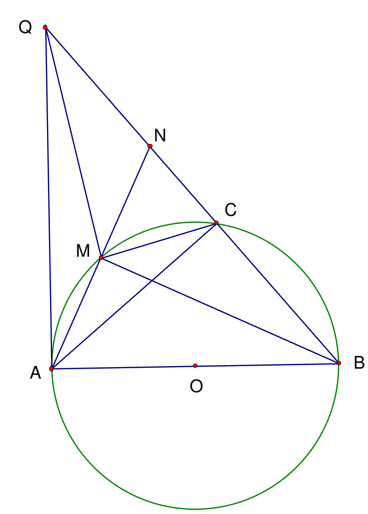
$$\Leftrightarrow (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-y)^2=0\\(y-z)^2=0\\(z-x)^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\y=z\\z=x\end{cases} \Leftrightarrow x=y=z$$

Thay vào (1) => x = y = z = 3 .

Ta thấy x = y = z = 3 thõa mãn hệ phương trình . Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất x = y = z = 3.

***Bài 4:***




a). Xét $\Delta ABM$ và $\Delta NBM$ .

Ta có: AB là đường kính của đường tròn (O)

nên :AMB = NMB = 90º .

M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC

nên ABM = MBN => BAM = BNM

=> $\Delta BAN$ cân đỉnh B.

Tứ giác AMCB nội tiếp

=> BAM = MCN ( cùng bù với góc MCB).

=> MCN = MNC ( cùng bằng góc BAM).

=> Tam giác MCN cân đỉnh M

b). Xét $\Delta MCB$ và $\Delta MNQ$ có :

MC = MN (theo cm trên MNC cân ) ; MB = MQ ( theo gt)

$\angle$ BMC = $\angle$ MNQ ( vì : $\angle$MCB = $\angle$MNC ; $\angle$MBC = $\angle$MQN ).

=> $\Delta MCB = \Delta MNQ \ (c.g.c)$. => BC = NQ .

Xét tam giác vuông ABQ có $AC \perp BQ \Rightarrow$ $AB^2$ = BC . BQ = BC(BN + NQ)

=> $AB^2$ = BC .( AB + BC) = BC( BC + 2R)

=> $4R^2$ = BC( BC + 2R) => BC = $(\sqrt{5}-1)R$

***Bài 5:***

Từ : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{x+y+z}$ => $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\frac{1}{x+y+z}=0$

=> $\frac{x+y}{xy}+\frac{x+y+z-z}{z(x+y+z)}=0$

$\Rightarrow (z+y)\left(\frac{1}{xy}+\frac{1}{z(x+y+z)}\right)=0$

$\Rightarrow (x+y)\left(\frac{zx+zy+z^2+xy}{xyz(x+y+z)}\right)=0$

$\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x)=0$

Ta có : $x^8 - y^8 = (x + y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4 + y^4)$.=

$y^9 + z^9 = (y + z)(y^8 - y^7z + y^6z^2 - .......... + z^8)$

$z^{10} - x^{10} = (z + x)(z^4 - z^3x + z^2x^2 - zx^3 + x^4)(z^5 - x^5)$

Vậy M = $\frac{3}{4}$ + (x + y) (y + z) (z + x).A = $\frac{3}{4}$

## Đề 7

***Bài 1:*** 1) Cho đường thẳng d xác định bởi $y = 2x + 4$. Đường thẳng d/ đối xứng với đường thẳng d qua đường thẳng y = x là:

A.$y = \frac{1}{2}x + 2$ ; B.$y = x - 2$ ; C.$y = \frac{1}{2}x - 2$ ; D.$y = -2x - 4$

Hãy chọn câu trả lời đúng.

2) Một hình trụ có chiều cao gấp đôi đường kính đáy đựng đầy nước, nhúng chìm vào bình một hình cầu khi lấy ra mực nước trong bình còn lại $\frac{2}{3}$ bình. Tỉ số giữa bán kính hình trụ và bán kính hình cầu là A.2 ; B.$\sqrt[3]{2}$ ; C. $\sqrt[3]{3}$; D. một kết quả khác.

***Bìa2:*** **1)** Giải phương trình: $2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = 0$

*2)* Cho x + y = 1 (x > 0; y > 0) Tìm giá trị lớn nhất của $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

***Bài 3:*** **1)** Tìm các số nguyên a, b, c sao cho đa thức : (x + a)(x - 4) - 7

Phân tích thành thừa số được : (x + b).(x + c)

**2)** Cho tam giác nhọn xây, B, C lần lượt là các điểm cố định trên tia Ax, Ay sao cho AB < AC, điểm M di động trong góc xAy sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

Xác định vị trí điểm M để MB + 2 MC đạt giá trị nhỏ nhất.

***Bài 4:*** Cho đường tròn tâm O đường kính AB và CD vuông góc với nhau, lấy điểm I bất kỳ trên đoan CD.

a) Tìm điểm M trên tia AD, điểm N trên tia AC sao cho I lag trung điểm của MN.

b) Chứng minh tổng MA + NA không đổi.

c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN đi qua hai điểm cố định.

### Hướng dẫn

***Bài 1:*** 1) Chọn C. Trả lời đúng.

2) Chọn D. Kết quả khác: Đáp số là: 1

***Bài 2*** **:** 1)$A = (n + 1)^4 + n^4 + 1 = (n^2 + 2n + 1)^2 - n^2 + (n^4 + n^2 + 1)$

$= (n^2 + 3n + 1)(n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$

$= (n^2 + n + 1)(2n^2 + 2n + 2) = 2(n^2 + n + 1)^2$

Vậy A chia hết cho 1 số chính phương khác 1 với mọi số nguyên dương n.

2) Do A > 0 nên A lớn nhất $\Leftrightarrow$ $A^2$ lớn nhất.

Xét $A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 1 + 2\sqrt{xy}$ (1)

Ta có: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (Bất đẳng thức Cô si)

=> $1 \geq 2\sqrt{xy}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $A^2 = 1 + 2\sqrt{xy} \leq 1 + 2 = 2$

Max $A^2 = 2 \iff x = y = \frac{1}{2}$, max $A = \sqrt{2} \iff x = y = \frac{1}{2}$

***Bài3*** **Câu 1** Với mọi x ta có (x + a)(x - 4) - 7 = (x + b)(x + c)

Nên với x = 4 thì - 7 = (4 + b)(4 + c)

Có 2 trường hợp: $\begin{cases} 4 + b = 1 \\ 4 + c = -7 \end{cases}$ và $\begin{cases} 4 + b = 7 \\ 4 + c = -1 \end{cases}$

Trường hợp thứ nhất cho b = - 3, c = - 11, a = - 10

Ta có (x - 10)(x - 4) - 7 = (x - 3)(x - 11)

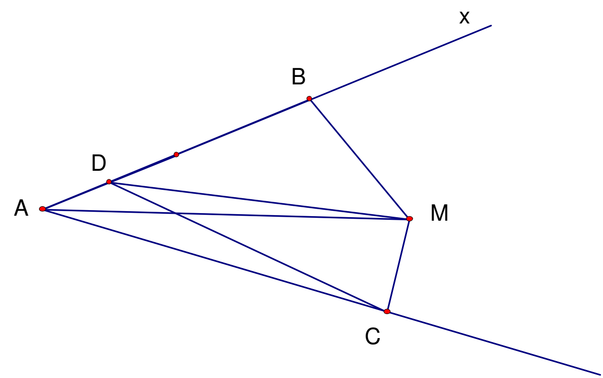
Trường hợp thứ hai cho b = 3, c = - 5, a = 2

Ta có (x + 2)(x - 4) - 7 = (x + 3)(x - 5)

***Câu2* (1,5điểm)**

Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho:

$AD = \frac{1}{4}AB$. Ta có D là điểm cố định




Mà $\frac{MA}{AB} = \frac{1}{2}$ (gt) do đó $\frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$

Xét tam giác AMB và tam giác ADM có MâB (chung)

$$\frac{MA}{AB} = \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$$

Do đó Δ AMB ~ Δ ADM => $\frac{MB}{MD} = \frac{MA}{AD} = 2$

=> MD = 2MD (0,25 điểm)

Xét ba điểm M, D, C : MD + MC ≥ DC (không đổi)

Do đó MB + 2MC = 2(MD + MC) ≥ 2DC

Dấu "=" xảy ra <=> M thuộc đoạn thẳng DC

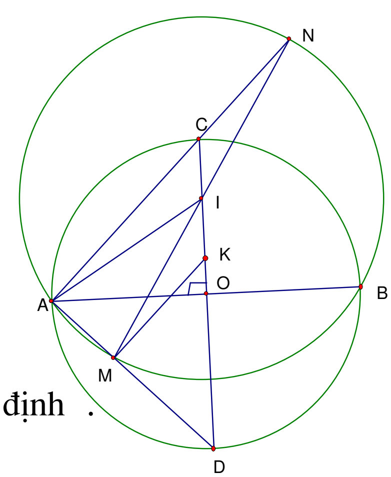
Giá trị nhỏ nhất của MB + 2 MC là 2 DC

* Cách dựng điểm M.

- Dựng đường tròn tâm A bán kính $\frac{1}{2}$ AB

- Dựng D trên tia Ax sao cho $AD = \frac{1}{4}AB$

M là giao điểm của DC và đường tròn (A; $\frac{1}{2}$ AB)




***Bài 4:*** a) Dựng (I, IA) cắt AD tại M cắt tia AC tại N

Do MâN = $90^0$ nên MN là đường kính

Vậy I là trung điểm của MN

b) Kẻ MK // AC ta có : ΔINC = ΔIMK (g.c.g)

=> CN = MK = MD (vì ΔMKD vuông cân)

Vậy AM+AN=AM+CN+CA=AM+MD+CA

=> AM = AN = AD + AC không đổi

c) Ta có IA = IB = IM = IN

Vậy đường tròn ngoại tiếp ΔAMN đi qua hai điểm A, B cố định .

## Đề 8

***Bài 1.*** Cho ba số x, y, z thoã mãn đồng thời :

$$x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$$

Tính giá trị của biểu thức : $A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007}$.

***Bài 2).*** Cho biểu thức : $M = x^2 - 5x + y^2 + xy - 4y + 2014$.

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó

***Bài 3.*** Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x(x+1).y(y+1) = 72 \end{cases}$$

***Bài 4***. Cho đường tròn tâm O đường kính AB bán kính R. Tiếp tuyến tại điểm M bbất kỳ trên đường tròn (O) cắt các tiếp tuyến tại A và B lần lượt tại C và D.

a.Chứng minh : AC . BD = $R^2$.

b.Tìm vị trí của điểm M để chu vi tam giác COD là nhỏ nhất .

***Bài 5***.Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng :

$$(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \ge 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

***Bài 6)***.Cho tam giác ABC có phân giác AD. Chứng minh : $AD^2$ = AB . AC - BD . DC.

## Hướng dẫn giải

***Bài 1.*** Từ giả thiết ta có :

$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 + 2z + 1 = 0 \\ z^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

Cộng từng vế các đẳng thức ta có : $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + (z^2 + 2z + 1) = 0$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 0 \qquad \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \\ y+1 = 0 \\ z+1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = z = 1$$

$$\Rightarrow A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007} = (-1)^{2007} + (-1)^{2007} + (-1)^{2007} = -3$$ Vậy : A = -3.

***Bài 2.***(1,5 điểm) Ta có :

$$M = (x^2 + 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) + (xy - x - 2y + 2) + 2007$$

$$M = (x-2)^2 + (y-1)^2 + (x-2)(y-1) + 2007$$

$$\Rightarrow M = \left[(x-2) + \frac{1}{2}(y-1)\right]^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2 + 2007$$

Do $(y-1)^2 \ge 0$ và $\left[(x-2) + \frac{1}{2}(y-1)\right]^2 \ge 0 \quad \forall x, y$

$$\Rightarrow M \ge 2007 \qquad \Rightarrow M_{\min} = 2007 \Leftrightarrow x = 2; y = 1$$

***Bài 3.*** Đặt : $\begin{cases} u = x(x+1) \\ v = y(y+1) \end{cases}$ Ta có : $\begin{cases} u+v=18 \\ uv=72 \end{cases} \Rightarrow$ u ; v là nghiệm của phương trình :

$$X^2 - 18X + 72 = 0 \Rightarrow X_1 = 12; X_2 = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u=12 \\ v=6 \end{cases} ; \begin{cases} u=6 \\ v=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+1)=12 \\ y(y+1)=6 \end{cases} ; \begin{cases} x(x+1)=6 \\ y(y+1)=12 \end{cases}$$

Giải hai hệ trên ta được : Nghiệm của hệ là :

(3 ; 2) ; (-4 ; 2) ; (3 ; -3) ; (-4 ; -3) và các hoán vị.

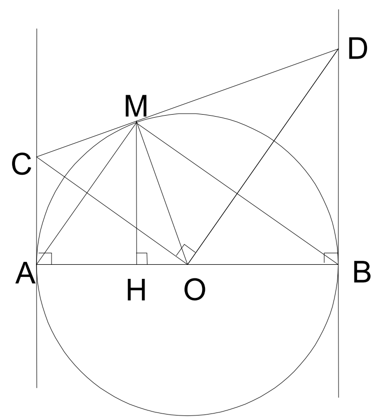
***Bài 4.*** a.Ta có CA = CM; DB = DM

Các tia OC và OD là phân giác của hai góc AOM và MOB nên OC $\perp$ OD

Tam giác COD vuông đỉnh O, OM là đường cao thuộc cạnh huyền CD nên :

$MO^2$ = CM . MD

$\Rightarrow R^2$ = AC . BD




b.Các tứ giác ACMO ; BDMO nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{MCO} = \widehat{MAO}; \widehat{MDO} = \widehat{MBO}$

$\Rightarrow \triangle COD \sim \triangle AMB\,(g.g)$ (0,25đ)

Do đó : $\dfrac{Chu.vi\triangle COD}{Chu.vi\triangle AMB} = \dfrac{OM}{MH_1}$ ($MH_1 \perp AB$)

Do $MH_1 \le OM$ nên $\dfrac{OM}{MH_1} \ge 1$

$\Rightarrow$ Chu vi $\triangle COD \ge$ chu vi $\triangle AMB$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow$ $MH_1 = OM$ $\Leftrightarrow$ M $\equiv$ O $\Rightarrow$ M là điểm chính giữa của cung $\overset{\frown}{AB}$

***Bài 5*** (1,5 điểm) Ta có : $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 \ge 0; \left(\sqrt{b} - \frac{1}{2}\right)^2 \ge 0 \quad \forall$ a , b > 0

$\Rightarrow a - \sqrt{a} + \frac{1}{4} \ge 0; b - \sqrt{b} + \frac{1}{4} \ge 0 \qquad \Rightarrow (a - \sqrt{a} + \frac{1}{4}) + (b - \sqrt{b} + \frac{1}{4}) \ge 0 \quad \forall$ a , b > 0

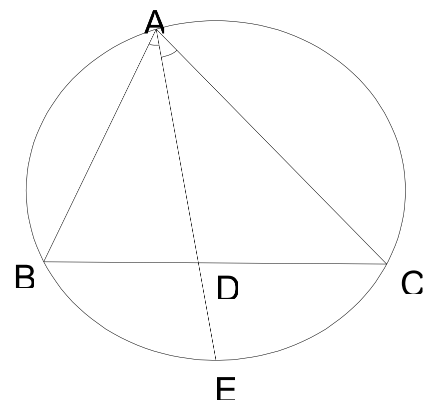
$\Rightarrow a + b + \frac{1}{2} \ge \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$ Mặt khác $a + b \ge 2\sqrt{ab} > 0$

Nhân từng vế ta có : $(a+b)\left[(a+b) + \frac{1}{2}\right] \ge 2\sqrt{ab}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$

$\Rightarrow (a+b)^2 + \dfrac{(a+b)}{2} \ge 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$

***Bài 6.*** (1 điểm) Vẽ đường tròn tâm O ngoại tiếp $\triangle ABC$

Gọi E là giao điểm của AD và (O)




Ta có: $\triangle ABD \backsim \triangle CED$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AB.ED = BD.CD$$

$$\Rightarrow AD.(AE - AD) = BD.CD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AD.AE - BD.CD$$

Lại có : $\triangle ABD \backsim \triangle AEC\,(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB.AC = AE.AD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB.AC - BD.CD$$

## <u>Đè 9</u>

**Câu 1**: Cho hàm số f(x) = $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính f(-1); f(5)

b) Tìm x để f(x) = 10

c) Rút gọn A = $\dfrac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi x $\neq \pm 2$

**Câu 2**: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$

**Câu 3**: Cho biểu thức A = $\left(\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$ với x > 0 và x ≠ 1

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x để A = 3

**Câu 4**: Từ điểm P nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A đến đường kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử PO = d. Tính AH theo R và d.

**Câu 5**: Cho phương trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải phương trình, tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1$; $x_2$ thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

Đáp án

**Câu 1**a) f(x) = $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra f(-1) = 3; f(5) = 3

b) $f(x)=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12 \\ x=-8 \end{array}\right.$

c) $A=\dfrac{f(x)}{x^2-4}=\dfrac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với x > 2 suy ra x - 2 > 0 suy ra $A=\dfrac{1}{x+2}$

Với x < 2 suy ra x - 2 < 0 suy ra $A=-\dfrac{1}{x+2}$

**Câu 2**

$$\begin{cases} x(y-2)=(x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7)=(2x-7)(y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x=xy+2y-4x-8 \\ 2xy-6y+7x-21=2xy-7y+6x-21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=-4 \\ x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$$

**Câu 3** a) Ta có: A = $\left(\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\sqrt{x}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)=$

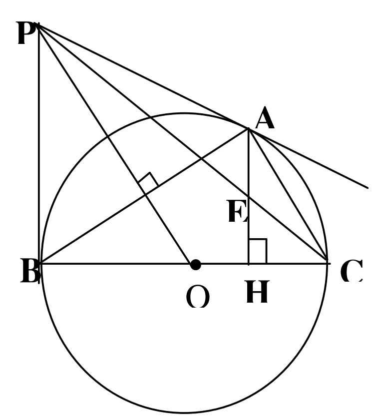
$$\left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}-\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) =$$

$$\left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)= \quad \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1}:\frac{x}{\sqrt{x}-1}= \quad \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}:\frac{x}{\sqrt{x}-1} =$$

$$\frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{\sqrt{x}-1}{x}= \quad \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) A = 3 => $\dfrac{2-\sqrt{x}}{x}=3$ => 3x + $\sqrt{x}$ - 2 = 0 => x = 2/3

**Câu 4**




Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)

a) nên theo định lý Ta let áp dụng cho CPB ta có

$\dfrac{EH}{PB}=\dfrac{CH}{CB}$ ; (1)

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

=> $\angle$POB = $\angle$ACB (hai góc đồng vị)

=> $\Delta$ AHC $\infty$ $\Delta$ POB

Do đó: $\dfrac{AH}{PB}=\dfrac{CH}{OB}$ (2)

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trung điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đường cao AH ta có $AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH$

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$AH^2 = (2R - \frac{AH.CB}{2PB})\frac{AH.CB}{2PB}.$$

$\Leftrightarrow$ $AH^2.4PB^2 = (4R.PB - AH.CB).AH.CB$

$\Leftrightarrow$ $4AH.PB^2 = 4R.PB.CB - AH.CB^2$

$\Leftrightarrow$ $AH(4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB$

$$\Leftrightarrow \quad AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2}$$

$$= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}$$

**Câu 5** Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1$ ; $x_2$ thì $\Delta > 0$

<=> $(2m - 1)^2 - 4. 2. (m - 1) > 0$

Từ đó suy ra $m \neq 1,5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{13 - 4m}{7} \\ x_1 = \dfrac{7m-7}{26 - 8m} \\ 3\dfrac{13 - 4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26 - 8m} = 11 \end{cases}$$

Giải phương trình $3\dfrac{13 - 4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26 - 8m} = 11$

ta được m = - 2 và m = 4,125 (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với m = - 2 hoặc m = 4,125 thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 + x_2 = 11$

# Đề 10

**Câu 1:** Cho P = $\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a/. Rút gọn P.

b/. Chứng minh: $P < \dfrac{1}{3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

**<u>Câu 2:</u>** Cho phương trình : $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0$ (1) ; m là tham số.

a/. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.

b/. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.

**<u>Câu 3:</u>** a/. Giải phương trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

b/. Cho a, b, c là các số thực thõa mãn : $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a + 2b - 4c + 2 = 0 \\ 2a - b + 7c - 11 = 0 \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất của Q = 6 a + 7 b + 2006 c.

<u>Câu 4:</u> Cho $\triangle ABC$ cân tại A với AB > BC. Điểm D di động trên cạnh AB, ( D không trùng với A, B). Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K .

a/. Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.

b/. Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?

c/. Xác định vị trí điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

## Đáp án

<u>Câu 1:</u> Điều kiện: x ≥ 0 và x ≠ 1. (0,25 điểm)

$$P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{x+2+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

b/. Với x ≥ 0 và x ≠ 1 .Ta có: $P < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} < \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x + \sqrt{x} + 1$ ; ( vì $x + \sqrt{x} + 1 > 0$ )

$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0$. ( Đúng vì x ≥ 0 và x ≠ 1)

<u>Câu 2:</u>a/. Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi Δ' ≥ 0.

$\Leftrightarrow (m - 1)^2 - m^2 - 3 \geq 0$

$\Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0$

$\Leftrightarrow m \leq 2$.

b/. Với m ≤ 2 thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi một nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là 3a . Theo Viet ,ta có:

$$\begin{cases} a+3a = 2m-2 \\ a.3a = m^2-3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ a= $\dfrac{m-1}{2}$ $\Rightarrow 3(\dfrac{m-1}{2})^2 = m^2 - 3$

$\Leftrightarrow$ $m^2 + 6m - 15 = 0$

$\Leftrightarrow$ $m = -3 \pm 2\sqrt{6}$ ( thõa mãn điều kiện).

<u>Câu 3:</u>

Điều kiện $x \neq 0$ ; $2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ ; $|x| < \sqrt{2}$.

Đặt y = $\sqrt{2-x^2} > 0$

Ta có: $\begin{cases} x^2+y^2 = 2 & (1) \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y} = 2 & (2) \end{cases}$

Từ (2) có : x + y = 2xy. Thay vào (1) có : xy = 1 hoặc xy = -$\dfrac{1}{2}$

* Nếu xy = 1 thì x+ y = 2. Khi đó x, y là nghiệm của phương trình:

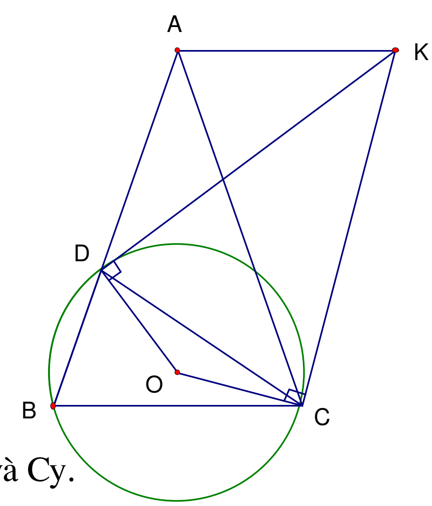
$X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1 \Rightarrow x = y = 1.$

* Nếu xy = -$\dfrac{1}{2}$ thì x+ y = -1. Khi đó x, y là nghiệm của phương trình:

$X^2 + X - \dfrac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow X = \dfrac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$

Vì y > 0 nên: y = $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ x = $\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1$ ; $x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$




<u>Câu 4:</u> c/. Theo câu b, tứ giác ABCK là hình thang.

Do đó, tứ giác ABCK là hình bình hành $\Leftrightarrow$ AB // CK

$\Leftrightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACK}$

Mà $\widehat{ACK} = \dfrac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{EC}$ = $\dfrac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{BD}$ = $\widehat{DCB}$

Nên $\widehat{BCD} = \widehat{BAC}$

Dựng tia Cy sao cho $\widehat{BCy} = \widehat{BAC}$ .Khi đó, D là giao điểm của $\overset{\frown}{AB}$ và Cy.

Với giả thiết $\overset{\frown}{AB} > \overset{\frown}{BC}$ thì $\widehat{BCA} > \widehat{BAC} > \widehat{BDC}$ .

$\Rightarrow$ D $\in$ AB .

Vậy điểm D xác định như trên là điểm cần tìm.

# Đề 11

**<u>Câu 1</u>**: a) Xác định x $\in$ R để biểu thức :A = $\sqrt{x^2+1} - x - \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$ Là một số tự nhiên

b. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1}+\frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+2\sqrt{z}+2}$ Biết x.y.z = 4 , tính $\sqrt{P}$.

**Câu 2:** Cho các điểm A(-2;0) ; B(0;4) ; C(1;1) ; D(-3;2)

a. Chứng minh 3 điểm A, B ,D thẳng hàng; 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

b. Tính diện tích tam giác ABC.

**Câu3** Giải phương trình: $\sqrt{x-1}-\sqrt[3]{2-x}=5$

**Câu 4** Cho đường tròn (O;R) và một điểm A sao cho OA = R$\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Một góc $\angle xOy = 45^0$ cắt đoạn thẳng AB và AC lần lượt tại D và E.

Chứng minh rằng:

a.DE là tiếp tuyến của đường tròn ( O ).

b. $\frac{2}{3}R < DE < R$

## Đáp án

**Câu 1**: a.

$$A = \sqrt{x^2+1}-x-\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{(\sqrt{x^2+1}-x).(\sqrt{x^2+1}+x)} = \sqrt{x^2+1}-x-(\sqrt{x^2+1}+x) = -2x$$

A là số tự nhiên ⇔ -2x là số tự nhiên ⇔ x = $\frac{k}{2}$

(trong đó k ∈ Z và k ≤ 0 )

b.Điều kiện xác định: x,y,z ≥ 0, kết hpọ với x.y.z = 4 ta được x, y, z > 0 và $\sqrt{xyz}=2$

Nhân cả tử và mẫu của hạng tử thứ 2 với $\sqrt{x}$; thay 2 ở mẫu của hạng tử thứ 3 bởi $\sqrt{xyz}$ ta được:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2}+\frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{z}(\sqrt{x}+2+\sqrt{xy}}=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{xy}+2}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2}=1 \quad (1đ)$$

$\Rightarrow \sqrt{P}=1$ vì P > 0

**Câu 2**: a.Đường thẳng đi qua 2 điểm A và B có dạng y = ax + b

Điểm A(-2;0) và B(0;4) thuộc đường thẳng AB nên ⇒ b = 4; a = 2

Vậy đường thẳng AB là y = 2x + 4.

Điểm C(1;1) có toạ độ không thoả mãn y = 2x + 4 nên C không thuộc đường thẳng AB ⇒ A, B, C không thẳng hàng.

Điểm D(-3;2) có toạ độ thoả mãn y = 2x + 4 nên điểm D thuộc đường thẳng AB ⇒ A,B,D thẳng hàn

b.Ta có :

$AB^2 = (-2 – 0)^2 + (0 – 4)^2 =20$

$AC^2 = (-2 – 1)^2 + (0 –1)^2 =10$

$BC^2 = (0 – 1)^2 + (4 – 1)^2 = 10$

$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C

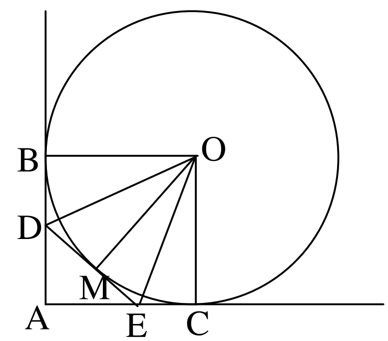
Vậy $S_{\Delta ABC}$ = 1/2AC.BC = $\frac{1}{2}\sqrt{10}.\sqrt{10} = 5$ ( đơn vị diện tích )

**Câu 3**: Đkxđ $x \geq 1$, đặt $\sqrt{x-1} = u$; $\sqrt[3]{2-x} = v$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u - v = 5 \\ u^2 + v^3 = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế ta được: v = 2

$\Rightarrow$ x = 10.




**Câu 4**

a.áp dụng định lí Pitago tính được

AB = AC = R $\Rightarrow$ ABOC là hình vuông (0.5đ)

Kẻ bán kính OM sao cho

$\angle BOD = \angle MOD \Rightarrow$

$\angle MOE = \angle EOC$ (0.5đ)

Chứng minh $\Delta BOD = \Delta MOD$

$\Rightarrow \angle OMD = \angle OBD = 90^0$

Tương tự: $\angle OME = 90^0$

$\Rightarrow$D, M, E thẳng hàng. Do đó DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

b.Xét $\Delta ADE$ có DE < AD +AE mà DE = DB + EC

$\Rightarrow$2ED < AD +AE +DB + EC hay 2DE < AB + AC = 2R$\Rightarrow$DE < R

Ta có DE > AD; DE > AE ; DE = DB + EC

Cộng từng vế ta được: 3DE > 2R $\Rightarrow$ DE > $\frac{2}{3}$R

Vậy R > DE > $\frac{2}{3}$R

## Đề 12

**Câu 1**: Cho hàm số f(x) = $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính f(-1); f(5)

b) Tìm x để f(x) = 10

c) Rút gọn A = $\frac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi $x \neq \pm 2$

**Câu 2**: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

**Câu 3**: Cho biểu thức A = $\left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$ với x > 0 và x ≠ 1

a) Rút gọn A

2) Tìm giá trị của x để A = 3

**Câu 4**: Từ điểm P nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A đến đường kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử PO = d. Tính AH theo R và d.

**Câu 5**: Cho phương trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải phương trình, tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1$; $x_2$ thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

Đáp án

**Câu 1**

a) f(x) = $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra f(-1) = 3; f(5) = 3

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12 \\ x=-8 \end{array}\right.$

c) $A = \dfrac{f(x)}{x^2-4} = \dfrac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với x > 2 suy ra x - 2 > 0 suy ra $A = \dfrac{1}{x+2}$

Với x < 2 suy ra x - 2 < 0 suy ra $A = -\dfrac{1}{x+2}$

**Câu 2**

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x = xy + 2y - 4x - 8 \\ 2xy - 6y + 7x - 21 = 2xy - 7y + 6x - 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Câu 3**a) Ta có: A = $\left(\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$

$$= \left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

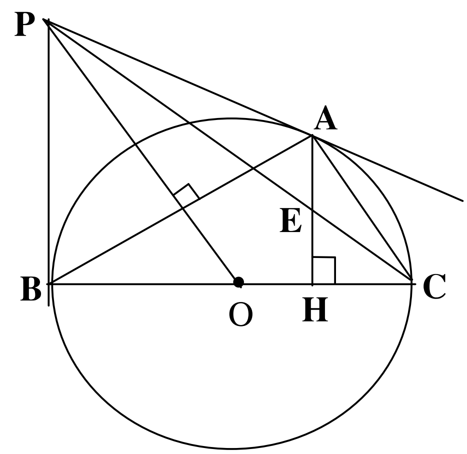
$$= \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1}:\frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}:\frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) A = 3 => $\frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3$ => $3x + \sqrt{x} - 2 = 0$ => x = 2/3

**Câu 4**




a) Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)
b) nên theo định lý Ta let áp dụng cho tam giác CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}; \qquad (1)$$

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

=> $\widehat{POB} = \widehat{ACB}$ (hai góc đồng vị)

=> $\Delta$ AHC $\infty$ $\Delta$ POB

Do đó: $\frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB}$ (2)

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trug điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đường cao AH ta có $AH^2$ = BH.CH = (2R - CH).CH

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$AH^2 = (2R - \frac{AH.CB}{2PB})\frac{AH.CB}{2PB}.$$

$\Leftrightarrow$ $AH^2.4PB^2 = (4R.PB - AH.CB).AH.CB$

$\Leftrightarrow$ $4AH.PB^2 = 4R.PB.CB - AH.CB^2$

$\Leftrightarrow$ $AH\,(4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB$

$$\Leftrightarrow \quad AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2}$$

$$= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}$$

**Câu 5 (1đ)**

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1$ ; $x_2$ thì $\Delta > 0$

<=> $(2m - 1)^2 - 4.\ 2.\ (m - 1) > 0$

Từ đó suy ra $m \neq 1{,}5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{13 - 4m}{7} \\ x_1 = \dfrac{7m-7}{26 - 8m} \\ 3\dfrac{13 - 4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26 - 8m} = 11 \end{cases}$$

Giải phương trình $3\dfrac{13 - 4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26 - 8m} = 11$

ta được m = - 2 và m = 4,125 (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với m = - 2 hoặc m = 4,125 thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt t

## Đề 13

**Câu I :** *Tính giá trị của biểu thức:*

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}} + \ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}}$$

**B = 35 + 335 + 3335 + ..... +** $\underbrace{3333.....35}_{99\,số\,3}$

**Câu II :** *Phân tích thành nhân tử :*

1) $X^2 - 7X - 18$
2) $(x+1)\,(x+2)(x+3)(x+4)$
3) $1 + a^5 + a^{10}$

**Câu III :**

1) Chứng minh : $(ab+cd)^2 \le (a^2+c^2)(b^2+d^2)$
2) Áp dụng : cho x+ 4y = 5 . Tìm GTNN của biểu thức : $M= 4x^2 + 4y^2$

**Câu 4 :** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI ( M khác C và I ). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a) Chứng minh DM.AI= MP.IB
b) Tính tỉ số : $\frac{MP}{MQ}$

**Câu 5:**

Cho $P = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{1-x}}$

*Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.*

## Đáp án

**Câu 1** :

1) $A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}} + .....+ \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}}$

$= \frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{9}-\sqrt{7}+.....+\sqrt{99}-\sqrt{97}) = \frac{1}{2}(\sqrt{99}-\sqrt{3})$

2) $B = 35 + 335 + 3335 + ..... + \underbrace{3333.....35}_{99 sè 3} =$

=33 +2 +333+2 +3333+2+.......+ 333....33+2

= 2.99 + ( 33+333+3333+...+333...33)

$= 198 + \frac{1}{3}( 99+999+9999+.....+999...99)$

$198 + \frac{1}{3}( 10^2 -1 +10^3 - 1+10^4 - 1+ ....+10^{100} - 1) = 198 - 33 +$

$B = \left(\frac{10^{101}-10^2}{27}\right) +165$

**Câu 2**: 1)$x^2 -7x -18 = x^2 -4 - 7x-14 = (x-2)(x+2) - 7(x+2) = (x+2)(x-9)$ (1đ)

2)$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) -3= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-3$

$= (x^2+5x +4)(x^2 + 5x+6)-3= [x^2+5x +4][(x^2 + 5x+4)+2]-3$

$= (x^2+5x +4)^2 + 2(x^2+5x +4)-3=(x^2+5x +4)^2 - 1+ 2(x^2+5x +4)-2$

$= [(x^2+5x +4)-1][(x^2+5x +4)+1] +2[(x^2+5x +4)-1]$

$= (x^2+5x +3)(x^2+5x +7)$

3) $a^{10}+a^5+1$

$= a^{10}+a^9+a^8+a^7+a^6+ a^5 +a^5+a^4+a^3+a^2+a +1$

$- (a^9+a^8+a^7 )- (a^6 + a^5 +a^4)- ( a^3+a^2+a )$

$= a^8(a^2 +a+1) +a^5(a^2 +a+1)+ a^3(a^2 +a+1)+ (a^2 +a+1)-a^7(a^2 +a+1)$

$-a^4(a^2 +a+1)-a(a^2 +a+1)$

$=(a^2 +a+1)( a^8-a^7+ a^5 -a^4+a^3 - a +1)$

**Câu 3**: 4đ

1) Ta có : $(ab+cd)^2 \le (a^2+c^2)(b^2+d^2) \Leftrightarrow$

$a^2b^2+2abcd+c^2d^2 \le a^2b^2+ a^2d^2 +c^2b^2 +c^2d^2 \Leftrightarrow$

$0 \leq a^2d^2 - 2cbcd + c^2b^2 \iff$

$0 \leq (ad - bc)^2$ (đpcm )

Dấu = xãy ra khi ad=bc.

2) áp dụng hằng đẳng thức trên ta có :

$5^2 = (x+4y)^2 = (x. + 4y) \leq (x^2 + y^2)(1+16) \Rightarrow$

$x^2 + y^2 \geq \frac{25}{17} \Rightarrow 4x^2 + 4y^2 \geq \frac{100}{17}$ dấu = xãy ra khi x= $\frac{5}{17}$ , y = $\frac{20}{17}$ (2đ)

**Câu 4** : 5đ

Ta có : góc DMP= góc AMQ = góc AIC. Mặt khác góc ADB = góc BCA=>

$\Delta$ MPD đồng dạng với $\Delta$ ICA => $\frac{DM}{CI} = \frac{MP}{IA}$ => DM.IA=MP.CI hay DM.IA=MP.IB (1).

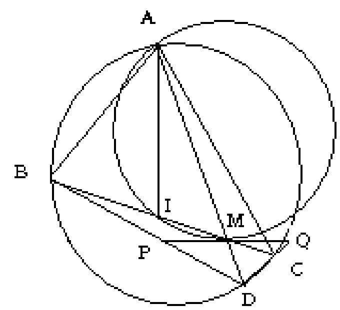
Ta có góc ADC = góc CBA,

Góc DMQ = $180^0$ - AMQ=$180^0$ - góc AIM = góc BIA.

Do đó $\Delta$ DMQ đồng dạng với $\Delta$ BIA =>

$\frac{DM}{BI} = \frac{MQ}{IA}$ => DM.IA=MQ.IB (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $\frac{MP}{MQ} = 1$




**Câu 5**

Để P xác định thì : $x^2-4x+3 \geq 0$ và $1-x > 0$

Từ $1-x > 0 \Rightarrow x < 1$

Mặt khác : $x^2-4x+3 = (x-1)(x-3)$, Vì x < 1 nên ta có :

$(x-1) < 0$ và $(x-3) < 0$ từ đó suy ra tích của $(x-1)(x-3) > 0$

Vậy với x < 1 thì biểu thức có nghĩa.

Với x < 1 Ta có :

$$P = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{(x-1)(x-3)}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{3-x}$$

# Đề 14

**Câu 1** : a. Rút gọn biểu thức . $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}}$ Với a > 0.

b. Tính giá trị của tổng. $B = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + ... + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}}$

**Câu 2** : Cho pt $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a. Chứng minh rằng pt luôn luôn có nghiệm với $\forall m$.

b. Gọi $x_1, x_2$ là hai nghiệm của pt. Tìm GTLN, GTNN của bt.

$$P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$$

**Câu 3 : Cho** $x \geq 1, \quad y \geq 1$ **Chứng minh.**

$$\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{1+y^2}\geq\frac{2}{1+xy}$$

**Câu 4** Cho đường tròn tâm O và dây AB. M là điểm chuyển động trên đường tròn, từ M kẻ MH $\perp$ AB (H $\in$ AB). Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt dây AB tại D.

1. Chứng minh rằng đường thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đường tròn.

2. Chứng minh.

$$\frac{MA^2}{MB^2}=\frac{AH}{BD}\cdot\frac{AD}{BH}$$

**Hướng dẫn**

**Câu 1** a. Bình phương 2 vế $\Rightarrow A=\dfrac{a^2+a+1}{a(a+1)}$ (Vì a > 0).

c. áp dụng câu a.

$$A=1+\frac{1}{a}-\frac{1}{a+1}$$

$$\Rightarrow B=100-\frac{1}{100}=\frac{9999}{100}$$

**Câu 2** a. : cm $\Delta\geq 0\quad\forall m$

B (2 đ) áp dụng hệ thức Viet ta có:

$\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=m-1\end{cases}\Rightarrow P=\dfrac{2m+1}{m^2+2}$ (1) Tìm đk để pt (1) có nghiệm theo ẩn.

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\leq P\leq 1$$

$$\Rightarrow GTLN=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow m=-2$$

$$GTNN=1\Leftrightarrow m=1$$

**Câu 3** : Chuyển vế quy đồng ta được.

bđt $\Leftrightarrow\dfrac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)}+\dfrac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)}\geq 0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2(xy-1)\geq 0$ đúng vì $xy\geq 1$

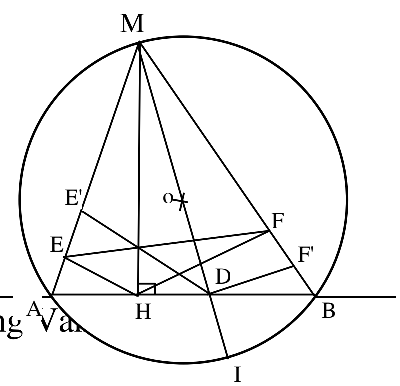
**Câu 4**: a

- Kẻ thêm đường phụ.
- Chứng minh MD là đường kính của (o)

=> ........

b.

Gọi E', F' lần lượt là hình chiếu của D trên MA và MB.



Đặt HE = $H_1$

HF = $H_2$

$\Rightarrow \frac{AH}{BD}.\frac{AD}{BH} = \frac{HE.h_1.MA^2}{HF.h_2.MB^2}$ (1)

$\Leftrightarrow \Delta HEF \infty \Delta DF^{'}E^{'}$

$\Rightarrow HF.h_2 = HE.h$

Thay vào (1) ta có: $\frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD}.\frac{AD}{BH}$

# Đề 15

***Câu 1***: Cho biểu thức $D = \left[\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1-\sqrt{ab}} + \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1+\sqrt{ab}}\right] : \left[1 + \dfrac{a+b+2ab}{1-ab}\right]$

a) Tìm điều kiện xác định của D và rút gọn D

b) Tính giá trị của D với a = $\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của D

***Câu 2***: Cho phương trình $\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}x^2 - mx + \dfrac{2}{2-\sqrt{3}}m^2 + 4m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) với m = -1

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm thoã mãn $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = x_1 + x_2$

***Câu 3***: Cho tam giác ABC đường phân giác AI, biết AB = c, AC = b,

$\hat{A} = \alpha(\alpha = 90^0)$ Chứng minh rằng AI = $\dfrac{2bc.Cos\dfrac{\alpha}{2}}{b+c}$ (Cho Sin2$\alpha = 2Sin\alpha Cos\alpha$ )

***Câu 4***: Cho đường tròn (O) đường kính AB và một điểm N di động trên một nửa đường tròn sao cho $N\hat{A} \le N\hat{B}$. Vẽ vào trong đường tròn hình vuông ANMP.

a) Chứng minh rằng đường thẳng NP luôn đi qua điểm cố định Q.

b) Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác NAB. Chứng minh tứ giác ABMI nội tiếp.

c) Chứng minh đường thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định.

***Câu 5***: Cho x,y,z; xy + yz + zx = 0 và x + y + z = -1

Hãy tính giá trị của:

B = $\dfrac{xy}{z} + \dfrac{zx}{y} + \dfrac{xyz}{x}$

## Đáp án

***Câu 1***: a) - Điều kiện xác định của D là $\begin{cases} a \ge 0 \\ b \ge 0 \\ ab \ne 1 \end{cases}$

- Rút gọn D

D = $\left[\dfrac{2\sqrt{a}+2b\sqrt{a}}{1-ab}\right] : \left[\dfrac{a+b+ab}{1-ab}\right]$

D = $\frac{2\sqrt{a}}{a+1}$

b) a = $\frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3}}{1} = (\sqrt{3}+1)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{3}+1$

Vậy D = $\dfrac{2+2\sqrt{3}}{\dfrac{2}{2\sqrt{3}}+1} = \dfrac{2\sqrt{3}-2}{4-\sqrt{3}}$

c) áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có

$2\sqrt{a} \le a+1 \Rightarrow D \le 1$

Vậy giá trị của D là 1

***Câu 2***: a) m = -1 phương trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 9 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1-\sqrt{10} \\ x_2 = -1+\sqrt{10} \end{cases}$

b) Để phương trình 1 có 2 nghiệm thì $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow -8m+2 \ge 0 \Leftrightarrow m \le \frac{1}{4}$ (*)

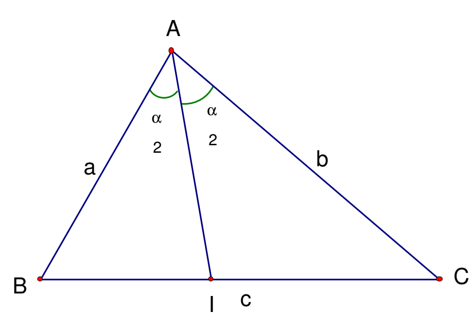
+ Để phương trình có nghiệm khác 0 $\begin{array}{l} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + 4m - 1 \ne 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} m_1 \ne -4-3\sqrt{2} \\ m_2 \ne -4+3\sqrt{2} \end{cases} \end{array}$ (*)

+ $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)(x_1x_2-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1x_2 - 1 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ m^2 + 8m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4-\sqrt{19} \\ m = -4+\sqrt{19} \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện (*)và (**) ta được m = 0 và $m = -4-\sqrt{19}$

***Câu 3***:




+ $S_{\Delta ABI} = \frac{1}{2}AI.cSin\frac{\alpha}{2}$;

+ $S_{\Delta AIC} = \frac{1}{2}AI.bSin\frac{\alpha}{2}$;

+ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bcSin\alpha$;

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABI} + S_{\Delta AIC}$

$\Rightarrow bcSin\alpha = AISin\frac{\alpha}{2}(b+c)$

$\Rightarrow AI = \dfrac{bcSin\alpha}{Sin\frac{\alpha}{2}(b+c)} = \dfrac{2bcCos\frac{\alpha}{2}}{b+c}$

***Câu 4***: a) $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ Gọi Q = NP $\cap (O)$

$\Rightarrow Q\widehat{A} = Q\widehat{B}$ Suy ra Q cố định

b) $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 (= \hat{A}_2)$

$\Rightarrow$ Tứ giác ABMI nội tiếp

c) Trên tia đối của QB lấy điểm F sao cho QF = QB, F cố định.

Tam giác ABF có: AQ = QB = QF

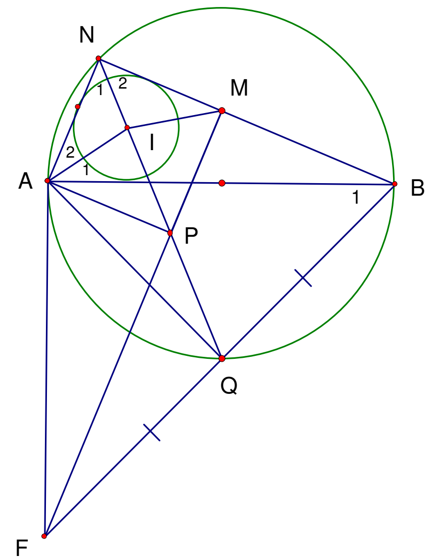
$\Rightarrow \Delta$ABF vuông tại A $\Rightarrow \hat{B} = 45^0 \Rightarrow A\hat{F}B = 45^0$

Lại có $\hat{P}_1 = 45^0 \Rightarrow AFB = \hat{P}_1 \Rightarrow$ Tứ giác APQF nội tiếp

$\Rightarrow A\hat{P}F = A\hat{Q}F = 90^0$

Ta có: $A\hat{P}F + A\hat{P}M = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ $M_1$,P,F Thẳng hàng




***Câu 5***: Biến đổi B = xyz $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) = \cdots = xyz.\frac{2}{xyz} = 2$

## Đề 16

**Bài 1:** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}}.\left(1 - \frac{1}{x-1}\right)$

a) Tìm điều kiện của x để A xác định

b) Rút gọn A

**Bài 2 :** Trên cùng một mặt phẳng tọa độ cho hai điểm A(5; 2) và B(3; -4)

a) Viết phương tình đường thẳng AB

b) Xác định điểm M trên trục hoành để tam giác MAB cân tại M

**Bài 3 :** Tìm tất cả các số tự nhiên m để phương trình ẩn x sau:

$x^2 - m^2x + m + 1 = 0$

có nghiệm nguyên.

**Bài 4 :** Cho tam giác ABC. Phân giác AD (D $\in$ BC) vẽ đường tròn tâm O qua A và D đồng thời tiếp xúc với BC tại D. Đường tròn này cắt AB và AC lần lượt tại E và F. Chứng minh

a) EF // BC

b) Các tam giác AED và ADC; àD và ABD là các tam giác đồng dạng.

c) AE.AC = à.AB = $AC^2$

**Bài 5 :** Cho các số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 \geq x^3 + y^4$. Chứng minh:

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$

### Đáp án

**Bài 1:**

**a)** Điều kiện x thỏa mãn

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x+\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x^2-4(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \\ x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \text{ và } x \neq 2$$

KL: A xác định khi 1 < x < 2 hoặc x > 2

**b)** Rút gọn A

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}}.\frac{x-2}{x-1}$$

$$A = \frac{\left|\sqrt{x-1}-1\right|+\sqrt{x-1}+1}{|x-2|}.\frac{x-2}{x-1}$$

Với 1 < x < 2 $\quad A = \dfrac{2}{1-x}$

Với x > 2 $\quad A = \dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

Kết luận

Với 1 < x < 2 thì $A = \dfrac{2}{1-x}$

Với x > 2 thì $A = \dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

**Bài 2:**

**a)** A và B có hoành độ và tung độ đều khác nhau nên phương trình đường thẳng AB có dạng y = ax + b

A(5; 2) $\in$ AB $\Rightarrow$ 5a + b = 2

B(3; -4) $\in$ AB $\Rightarrow$ 3a + b = -4

Giải hệ ta có a = 3; b = -13

Vậy phương trình đường thẳng AB là y = 3x - 13

**b)** Giả sử M (x, 0) $\in$ xx' ta có

$MA = \sqrt{(x-5)^2+(0-2)^2}$

$MB = \sqrt{(x-3)^2+(0+4)^2}$

ỉMAB cân $\Rightarrow$ MA = MB $\Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2+4} = \sqrt{(x-3)^2+16}$

$\Leftrightarrow (x-5)^2 + 4 = (x-3)^2 + 16$

$\Leftrightarrow$ x = 1

Kết luận: Điểm cần tìm: M(1; 0)

**Bài 3:**

Phương trình có nghiệm nguyên khi ỉ = $m^4$ - 4m - 4 là số chính phương

Ta lại có: m = 0; 1 thì ỉ < 0 loại

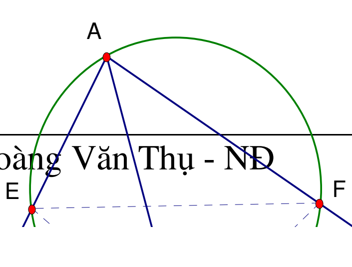
m = 2 thì ỉ = 4 = $2^2$ nhận

m $\geq$ 3 thì 2m(m - 2) > 5 $\Leftrightarrow$ $2m^2$ - 4m - 5 > 0

$\Leftrightarrow$ỉỉ - ($2m^2$ - 2m - 5) < ỉ < ỉ + 4m + 4

$\Leftrightarrow$ $m^4$ - 2m + 1 < ỉ < $m^4$

$\Leftrightarrow$ $(m^2 - 1)^2$ < ỉ < $(m^2)^2$



ỉ không chính phương

Vậy m = 2 là giá trị cần tìm.

**Bài 4:**

a) $\widehat{EAD} = \widehat{EFD} (= \frac{1}{2} sd\widehat{ED})$ (0,25)

$\widehat{FAD} = \widehat{FDC} (= \frac{1}{2} sd\widehat{FD})$ (0,25)

mà $\widehat{EDA} = \widehat{FAD} \Rightarrow \widehat{EFD} = \widehat{FDC}$ (0,25)

$\Rightarrow$ EF // BC (2 góc so le trong bằng nhau)

**b)** AD là phân giác góc BAC nên $\widehat{DE} = \widehat{DF}$

sđ $\widehat{ACD} = \frac{1}{2}$ sđ( $\widehat{AED} - \widehat{DF}$ ) = $\frac{1}{2}$ sđ $\widehat{AE}$ = sđ $\widehat{ADE}$

do đó $\widehat{ACD} = \widehat{ADE}$ và $\widehat{EAD} = \widehat{DAC}$

$\Rightarrow$ ỉDỉỉỉỉỉỉADC (g.g)

Tương tự: sđ $\widehat{ADF} = \frac{1}{2} sd\widehat{AF} = \frac{1}{2} sd(\widehat{AFD} - \widehat{DF}) = \frac{1}{2}(sd\widehat{AFD} - \widehat{DE}) = sd\widehat{ABD} \Rightarrow \widehat{ADF} = \widehat{ABD}$

do đó ỉAFD ~ ỉỉỉ(g.g

**c)** Theo trên:

+ ỉAED ~ ỉỉDB

$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$ hay $AD^2 = AE.AC$ (1)

+ ỉADF ~ ỉABD $\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD}$

$\Rightarrow AD^2 = AB.AF$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $AD^2 = AE.AC = AB.AF$

**Bài 5 (1đ):**

Ta có $(y^2 - y) + 2 \geq 0 \Rightarrow 2y^3 \leq y^4 + y^2$

$\Rightarrow (x^3 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x^2 + y^2) + (y^4 + x^3)$

mà $x^3 + y^4 \leq x^2 + y^3$ do đó

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2$ (1)

+ Ta có: $x(x - 1)^2 \geq 0$: $y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x(x - 1)^2 + y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + y^4 - y^3 - y^2 + y \geq 0$

$\Rightarrow (x^2 + y^2) + (x^2 + y3) \leq (x + y) + (x^3 + y^4)$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + y$ (2)

và $(x + 1)(x - 1) \geq 0$. $(y - 1)(y^3 - 1) \geq 0$

$x^3 - x^2 - x + 1 + y^4 - y - y^3 + 1 \geq 0$

$\Rightarrow (x + y) + (x^2 + y^3) \leq 2 + (x^3 + y^4)$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$\Rightarrow x + y \leq 2$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$

# Đề 14

*Câu 1:*

$$\text{cho } A=\frac{x-\sqrt{4(x-1)}+x+\sqrt{4(x-1)}}{\sqrt{x^2-\sqrt{4(x-1)}}}\left(1-\frac{1}{x-1}\right)$$

a/ Rút gọn biểu thức A.

b/ Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

*Câu 2:* Xác định các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2-(m+5)x-m+6=0$$

Có 2 nghiệm $x_1$ và $x_2$ thoã mãn một trong 2 điều kiện sau:

a/ Nghiệm này lớn hơn nghiệm kia một đơn vị.

b/ $2x_1+3x_2=13$

*Câu 3* Tìm giá trị của m để hệ phương trình

$$\begin{cases} mx-y=1 \\ m^3x+(m^2-1)y=2 \end{cases}$$

vô nghiệm, vô số nghiệm.

*Câu 4:* Tìm max và min của biểu thức: $\dfrac{x^2+3x+1}{x^2+1}$

*Câu 5:* Từ một đỉnh A của hình vuông ABCD kẻ hai tia tạo với nhau một góc $45^0$. Một tia cắt cạnh BC tại E cắt đường chéo BD tại P. Tia kia cắt cạnh CD tại F và cắt đường chéo BD tại Q.

a/ Chứng minh rằng 5 điểm E, P, Q, F và C cùng nằm trên một đường tròn.

b/ Chứng minh rằng: $S_{AEF}=2S_{AQP}$

c/ Kẻ trung trực của cạnh CD cắt AE tại M tính số đo góc MAB biết CPD=CM

## Hướng dẫn

Câu 1: a/ Biểu thức A xác định khi $x\neq 2$ và $x>1$

$$A=\frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}}.\left(\frac{x-2}{x-1}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{x-1}-1+\sqrt{x-1}+1}{x-2}.\frac{x-2}{x-1}=\frac{2\sqrt{x-1}}{x-1}=\frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

b/ Để A nguyên thì $\sqrt{x-1}$ là ước dương của 1 và 2

* $\sqrt{x-1}=1$ thì x=0 loại

* $\sqrt{x-1}=2$ thì x=5

vậy với x = 5 thì A nhận giá trị nguyên bằng 1

Câu 2: Ta có $\Delta x=(m+5)^2-4(-m+6)=m^2+14m+1\geq 0$ để phương trìnhcó hai nghiệmphân biệt khi vàchỉ khi $m\leq -7-4\sqrt{3}$ và $m\geq -7+4\sqrt{3}$ (*)

a/ Giả sử x2>x1 ta có hệ $\begin{cases} x_2-x_1=1 & (1) \\ x_1+x_2=m+5 & (2) \end{cases}$

$x_1x_2 = -m+6$ (3)

Giải hệ tađược m=0 và m=-14 thoã mãn (*)

b/ Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} 2x_1+3x_2 = 13 & (1') \\ x_1+x_2 = m+5 & (2') \\ x_1x_2 = -m+6 & (3') \end{cases}$

giải hệ ta được m=0 và m= 1 Thoả mãn (*)

***Câu 3:*** *Để hệ vô nghiệm thì $m/m^3 = -1/(m2-1) \neq 1/2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^3-m=-m3 \\ 3m^2-1\neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2(4m^2-1)=0 \\ 3m^2\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 1/2 \end{array}\right. \\ \square m \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 1/2 \end{array}\right.$

*Hệvô số nghiệm thì: $m/m^3 = -1/(m^2-1) = 1/2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^3-m=-m3 \\ 3m^2-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\pm 1/2 \\ \text{Vô nghiệm} \end{cases}$

Không có giá trị nào của m để hệ vô số nghiệm.

Câu 4: Hàm số xác định với □x(vì x2+1≠0)

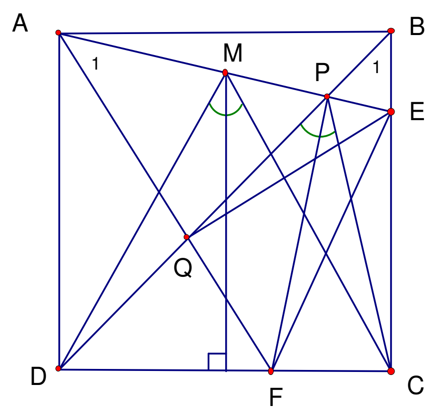
gọi $y_0$ là 1 giá trịcủa hàmphương trình: $y_0 = \dfrac{x^2+3x+1}{x^2+1}$

$\Leftrightarrow (y_0-1)x^2-6x+y^0-1 = 0$ có nghiệm

*$y_0=1$ suy ra x = 0 $y_0 \neq 1$; $\Delta' = 9-(y_0-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (y_0-1)^2 \leq 9$ suy ra $-2 \leq y_0 \leq 4$

Vậy: $y_{min}=-2$ và $y_{max}=4$

Câu 5: *( Học sinh tự vẽ hình)*




Giải

a/ $\angle A_1$ và $\angle B_1$ cùng nhìn đoạn QE dưới một góc $45^0$

$\Rightarrow$ tứ giác ABEQ nội tiếp được.

$\Rightarrow \angle FQE = \angle ABE = 1v$.

chứng minh tương tự ta có $\angle FBE = 1v$

$\Rightarrow$ Q, P, C cùng nằm trên đường tròn đường kinh EF.

b/ Từ câu a suy ra $\Delta AQE$ vuông cân.

$\Rightarrow \dfrac{AE}{AQ} = \sqrt{2}$ (1)

tương tự $\Delta$ APF cũng vuông cân

$\Rightarrow \dfrac{AF}{AB} = \sqrt{2}$ (2)

từ (1) và (2) $\Rightarrow$ AQP ~ AEF (c.g.c)

$\dfrac{S_{AEF}}{S_{AQP}} = (\sqrt{2})^2$ hay $S_{AEF} = 2S_{AQP}$

c/ Để thấy CPMD nội tiếp, MC=MD và $\angle APD = \angle CPD$

$\Rightarrow \angle MCD = \angle MPD = \angle APD = \angle CPD = \angle CMD$

$\Rightarrow MD=CD \Rightarrow \Delta MCD$ đều $\Rightarrow \angle MPD = 60^0$

mà $\angle MPD$ là góc ngoài của $\Delta ABM$ ta có $\angle APB = 45^0$ vậy $\angle MAB = 60^0 - 45^0 = 15^0$

# Đề 17

**Bài 1:** Cho biểu thức M = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x+3}}{2-\sqrt{x}}$

**a.** Tìm điều kiện của x để M có nghĩa và rút gọn M

**b.** Tìm x để M = 5

**c.** Tìm x $\in$ Z để M $\in$ Z.

**bài 2:** a) Tìm x, y nguyên dương thoã mãn phương trình

$3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

b) Tìm x, y biết / x - 2005/ + /x - 2006/ +/y - 2007/+/x- 2008/ = 3

**Bài 3**: a. Cho các số x, y, z dương thoã mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$

Chứng ming rằng: $\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le 1$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: B = $\frac{x^2-2x+2006}{x^2}$ (với x $\neq 0$)

**Bài 4:** Cho hình vuông ABCD. Kẻ tia Ax, Ay sao cho $x\hat{A}y = 45^0$

Tia Ax cắt CB và BD lần lượt tại E và P, tia Ay cắt CD và BD lần lượt tại F và Q

a. Chứng minh 5 điểm E; P; Q; F; C cùng nằm trên một đường tròn

b. $S_{\Delta AEF} = 2\, S_{\Delta APQ}$

Kẻ đường trung trực của CD cắt AE tại M. Tính số đo góc MAB biết $C\hat{P}D = C\hat{M}D$

**Bài 5:** (1đ)

Cho ba số a, b , c khác 0 thoã mãn: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ; Hãy tính P = $\frac{ac}{c^2}+\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}$

## Đáp án

**Bài 1**:M = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

a.ĐK $x\ge 0; x\neq 4; x\neq 9$ 0,5đ

Rút gọn M = $\frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$

Biến đổi ta có kết quả: M = $\frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ M = $\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \Leftrightarrow M=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

b.. $M = 5 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} = 5$

$\Rightarrow \sqrt{x} + 1 = 5\left(\sqrt{x} - 3\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = 5\sqrt{x} - 15$

$\Leftrightarrow 16 = 4\sqrt{x}$

$\Rightarrow \sqrt{x} = \dfrac{16}{4} = 4 \Rightarrow x = 16$

c. M = $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \dfrac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3} = 1 + \dfrac{4}{\sqrt{x}-3}$

Do M $\in z$ nên $\sqrt{x}-3$ là ớc của 4 $\Rightarrow$ $\sqrt{x}-3$ nhận các giá trị: -4; -2; -1; 1; 2; 4

$\Rightarrow x \in \{1;4;16;25;49\}$ do $x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1;16;25;49\}$

**<u>Bài 2</u>** a. $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

<--> $3x^2 + 4xy + 6xy + 8y^2 = 96$

<--> $(3x^2 + 6xy) + (4xy + 8y^2) = 96$

<--> $3x(x + 2y) + 4y(x + 2y) = 96$

<--> $(x + 2y)(3x + 4y) = 96$

Do x, y nguyên dương nên x + 2y; 3x + 4y nguyen dương và 3x + 4y > x + 2y $\geq 3$ mà $96 = 2^5.3$ có các ước là: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 32; 48; 96 được biểu diễn thành tích 2 thừa số không nhỏ hơn 3 là: 96 = 3.32 = 4.24 = 6. 16 = 8. 12

Lại có x + 2y và 3x + 4y có tích là 96 (Là số chẵn) có tổng 4x + 6y là số chẳn

do đó $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$ Hệ PT này vô nghiệm

Hoặc $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Hoặc $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases}$ Hệ PT vô nghiệm

Vậy các số x, y nguyên dương cần tìm là (x, y) = (4, 1)

b. ta có /A/ = /-A/ $\geq A \forall A$

Nên /x - 2005/ + / x - 2006/ = / x - 2005/ + / 2008 - x/

$\geq / x - 2005 + 2008 - x / \geq /3/ = 3$ (1)

mà /x - 2005/ + / x - 2006/ + / y - 2007/ + / x - 2008/ = 3 (2)

Kết hợp (1 và (2) ta có / x - 2006/ + / y - 2007/ $\leq 0$ (3)

(3) sảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} /x-2006/=0 \\ /y-2007/=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2006 \\ y=2007 \end{cases}$

*Bài 3*

a. Trước hết ta chứng minh bất đẳng thức phụ

b. Với mọi a, b thuộc R: x, y > 0 ta có $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\geq\frac{(a+b)^2}{x+y}$ (*)

<-->$(a^2y + b^2x)(x + y) \geq (a+b)^2xy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 + a^2xy + b^2x^2 + b^2xy \geq a^2xy + 2abxy + b^2xy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 + b^2x^2 \geq 2abxy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0$ (**) bất đẳng thức (**) đúng với mọi a, b, và x,y > 0

Dấu (=) xảy ra khi ay = bx hay $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}$

áp dung bất đẳng thức (*) hai lần ta có

$$\frac{1}{2x+y+z}=\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^2}{2x+y+z}\leq\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+y}+\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+z}=\frac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2}{x+y}+\frac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2}{x+z}$$

$$\leq\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x}+\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{y}+\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x}+\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{z}=\frac{1}{16}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$$

Tương tự $\frac{1}{x+2y+z}\leq\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z}\right)$

$$\frac{1}{x+y+2z}\leq\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}\right)$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta có:

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\leq\frac{1}{16}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z}\right)+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}\right)$$

$$\leq\frac{1}{16}\left(\frac{4}{x}+\frac{4}{y}+\frac{4}{z}\right)\leq\frac{4}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\leq\frac{1}{4}.4=1$$

Vì $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$

$$B=\frac{x^2-2x+2006}{x^2}\left(x\neq0\right)$$

Ta có: $B=\frac{x^2-2x+2006}{x^2}\Leftrightarrow B=\frac{2006x^2-2.2006x+2006^2}{2006x}$

$$\Leftrightarrow B=\frac{(x-2006)^2+2005x^2}{x^2}\Leftrightarrow\frac{(x-2006)^2+2005}{2006x^2}+\frac{2005}{2006}$$

Vì $(x - 2006)^2 \geq 0$ với mọi x

$x^2 > 0$ với mọi x khác 0

$$\Rightarrow\frac{(x-2006)^2}{2006x^2}\geq 0\Rightarrow B\geq\frac{2005}{2006}\Rightarrow B=\frac{2005}{2006} khi x=2006$$

**Bài 4**a. $E\widehat{B}Q=E\widehat{A}Q=45^0\Rightarrow$ $EBAQ$ nội tiếp; $\hat{B}$ $= 90^0$ góc AQE = $90^0$ gócEQF $= 90^0$

Tương tự góc FDP = góc FAP = $45^0$

Tứ giác FDAP nội tiếp góc D = $90^0$ góc APF = $90^0$ góc EPF = $90^0$ ……. 0,25đ

Các điểm Q, P,C luôn nhìn EF dưới 1góc$90^0$ nên 5 điểm E, P, Q, F, C cùng nằm trên 1 đường tròn đường kính EF …………………0,25đ

b. Ta có góc APQ + góc QPE = $180^0$ (2 góc kề bù) $\Rightarrow$góc APQ = góc AFE

Góc AFE + góc EPQ = $180^0$

Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AEF (g.g)

$$\frac{S_{\Delta APQ}}{S_{\Delta AEF}}=k^2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2}\Rightarrow 2S_{\Delta APQ}=S_{\Delta AEE}$$

c. góc CPD = góc CMD tứ giác MPCD nội tiếp góc MCD = góc CPD (cùng chắn cung MD)

Lại có góc MPD = góc CPD (do BD là trung trực của AC)

góc MCD = góc MDC (do M thuộc trung trực của DC)

góc CPD = gócMDC = góc CMD = gócMCD tam giác MDC đều góc CMD = $60^0$

tam giác DMA cân tại D (vì AD = DC = DM)

Và góc ADM =gócADC – gócMDC = $90^0 – 60^0 = 30^0$

góc MAD = góc AMD $(180^0 - 30^0) : 2 = 75^0$

gócMAB = $90^0 – 75^0 = 15^0$

**Bài 5** Đặt x = 1/a; y =1/b; z = 1/c x + y + z = 0 (vì 1/a = 1/b + 1/c = 0)

$x = -(y + z)$

$x^3 + y^3 + z^3 – 3\ xyz = -(y + z)^3 + y^3 – 3xyz$

$-( y^3 + 3y^2 z +3\ y^2z^2 + z^3) + y^3 + z^3 – 3xyz = - 3yz(y + z + x) = - 3yz .0 = 0$

Từ $x^3 + y^3 + z^3 – 3xyz = 0$ $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

$1/ a^3 + 1/ b^3 + 1/ c^3\ 3\ 1/ a^3 .1/ b^3 .1/ c^3 = 3/abc$

Do đó $P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = abc (1/a^3 + 1/b^3+ 1/c^3) = abc.3/abc = 3$

nếu $1/a + 1/b + 1/c =o$ thì $P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = 3$

# Đề 19

**Bài 1** **Cho biểu thức A =** $\sqrt{\dfrac{(x^2-3)^2+12x^2}{x^2}}+\sqrt{(x+2)^2-8x^2}$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm những giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A cũng có giá trị nguyên.

**Bài 2**: (2 điểm)

Cho các đường thẳng:

y = x-2 $(d_1)$

y = 2x – 4 $(d_2)$

y = mx + (m+2) $(d_3)$

a. Tìm điểm cố định mà đường thẳng $(d_3)$ luôn đi qua với mọi giá trị của m.

b. Tìm m để ba đường thẳng $(d_1)$; $(d_2)$; $(d_3)$ đồng quy .

**Bài 3**: Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

a. Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b. Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (1) mà không phụ thuộc vào m.

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x_1^2 + x_2^2$ (với $x_1$, $x_2$ là nghiệm của phương trình (1))

**Bài 4**: Cho đường tròn (o) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi vị trí trên cung lớn BC sao cho AC>AB và AC > BC . Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB với CD; AD và CE.

a. Chứng minh rằng DE// BC

b. Chứng minh tứ giác PACQ nội tiếp

c. Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F

Chứng minh hệ thức: $\dfrac{1}{CE}=\dfrac{1}{CQ}+\dfrac{1}{CE}$

**Bài 5**: Cho các số dương a, b, c Chứng minh rằng: $1<\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{b}{b+c}+\dfrac{c}{c+a}<2$

## đáp án

**Bài 1**: - Điều kiện : $x \neq 0$

a. Rút gọn: $A=\sqrt{\dfrac{x^4+6x^2+9}{x^2}}+\sqrt{x^2-4x+4}$

$=\dfrac{x^2+3}{|x|}+|x-2|$

- Với x <0: $A=\dfrac{-2x^2+2x-3}{x}$

- Với 0<x≤ 2: $A=\dfrac{2x+3}{x}$

- Với x>2 : $A=\dfrac{2x^2-2x+3}{x}$

b. Tìm x nguyên để A nguyên:

A nguyên <=> $x^2 + 3 \vdots |x|$

<=> $3 \vdots |x|$ => x = $\{-1;-3;1;3\}$

**Bài 2:**

a. $(d_1)$ : y = mx + (m +2)

<=> m (x+1)+ (2-y) = 0

Để hàm số luôn qua điểm cố định với mọi m

$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2-y=0 \end{cases} =.> \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy N(-1; 2) là điểm cố định mà $(d_3)$ đi qua

b. Gọi M là giao điểm $(d_1)$ và $(d_2)$ . Tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y=x-2 \\ y=2x-4 \end{cases} => \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

Vậy M (2; 0) .

Nếu $(d_3)$ đi qua M(2,0) thì M(2,0) là nghiệm $(d_3)$

Ta có : 0 = 2m + (m+2) => m= $-\frac{2}{3}$

Vậy m = $-\frac{2}{3}$ thì $(d_1)$; $(d_2)$; $(d_3)$ đồng quy

**Bài 3**: a. $\Delta' = m^2 - 3m + 4 = (m - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt

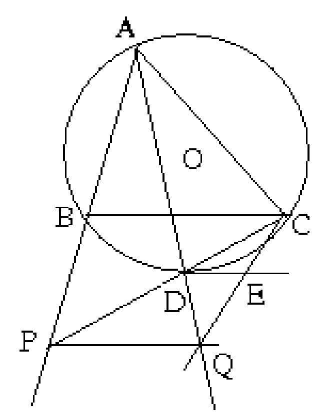
b. Theo Viét: $\begin{cases} x_1+x_2=2(m-1) \\ x_1x_2=m-3 \end{cases} => \begin{cases} x_1+x_2=2m-2 \\ 2x_1x_2=2m-6 \end{cases}$

<=> $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - 4 = 0$ không phụ thuộc vào m

a. $P = x_1^2 + x_1^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4(m-1)^2 - 2(m-3)$

$= (2m - \frac{5}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4} \forall m$

Vậy$P_{min} = \frac{15}{4}$ với m = $\frac{5}{4}$




**Bài 4**: Vẽ hình đúng – viết giả thiết – kết luận

a. Sđ$\angle CDE = \frac{1}{2}$Sđ $\overset{\frown}{DC} = \frac{1}{2}$Sđ $\overset{\frown}{BD} = \angle BCD$

=> DE// BC (2 góc vị trí so le)

b. $\angle APC = \frac{1}{2}$ sđ (AC - DC) = $\angle$ AQC

=> ▱ APQC nội tiếp (vì $\angle$ APC = $\angle$ AQC cùng nhìn đoan AC)

c.Tứ giác APQC nội tiếp

$\angle$CPQ = $\angle$ CAQ (cùng chắn cung CQ)

$\angle$CAQ = $\angle$ CDE (cùng chắn cung DC)

Suy ra $\angle$ CPQ = $\angle$ CDE => DE// PQ

Ta có: $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$ (vì DE//PQ) (1)

$\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC}$ (vì DE// BC) (2)

Cộng (1) và (2) : $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE+QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1$

=> $\frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE}$ (3)

ED = EC (t/c tiếp tuyến) từ (1) suy ra PQ = CQ

Thay vào (3) : $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

**<u>Bài 5:</u>**Ta có: $\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+a} < \frac{a+c}{a+b+c}$ (1)

$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{b+c} < \frac{b+a}{a+b+c}$ (2)

$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{c+a} < \frac{c+b}{a+b+c}$ (3)

Cộng từng vế (1),(2),(3) :

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

# Đề 20

<u>Bài 1: (2đ)</u>

Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{x-1}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right) : \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} + 1$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

<u>Bài 2: (2đ)</u> Một người dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 20 km trong một thời gian đã định. Sau khi đi được 1 giờ với vận tốc dự định, do đường khó đi nên người đó giảm vận tốc đi 2km/h trên quãng đường còn lại, vì thế người đó đến B chậm hơn dự định 15 phút. Tính vận tốc dự định của người đi xe đạp.

<u>Bài 3: (1,5đ)</u> Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ -2x + my = 1 - m \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với m = 3

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn x + y = 1

Bài 4: (3đ) Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Điểm M tuỳ ý trên nửa đường tròn. Gọi N và P lần lượt là điểm chính giữa của cung AM và cung MB. AP cắt BN tại I.

a) Tính số đo góc NIP.

b) Gọi giao điểm của tia AN và tia BP là C; tia CI và AB là D.

Chứng minh tứ giác DOPN nội tiếp được.

c) Tìm quỹ tích trung điểm J của đoạn OC khi M di động trên nửa tròn tròn tâm O

Bài 5: (1,5đ) Cho hàm số y = $-2x^2$ (P) và đường thẳng y = 3x + 2m – 5 (d)

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm toạ độ hai điểm đó.

b) Tìm quỹ tích chung điểm I của AB khi m thay đổi.

---------------------------------------------------

(***Học sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào)***

**Đáp án**

Bài 1: (2đ)

a) (1,5đ)

- Thực hiện được biểu thức trong ngoặc bằng: $\dfrac{-5(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)}$

0,75đ

- Thực hiện phép chia đúng bằng $\dfrac{-5}{\sqrt{x}+4}$

0,25đ

- Thực hiện phép cộng đúng bằng: $\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+4}$

0,25đ

- Điều kiện đúng: x ≥ 0; x ≠ 1

0,25đ

b) (0,5đ)

- Viết P = $1-\frac{5}{\sqrt{x}+4}$ lập luận tìm được GTNN của P = -1/4 khi x = 0
0,5đ

<u>Bài 2: (2đ)</u>

1) Lập phương trình đúng (1,25đ)
- Gọi ẩn, đơn vị, đk đúng
0,25đ
- Thời gian dự định
0,25đ
- Thời gian thực tế
0,5đ
- Lập luận viết được PT đúng
0,25đ

2) Gải phương trình đúng
0,5đ

3) đối chiếu kết quả và trả lời đúng
0,25đ

<u>Bài 3: (1,5đ)</u> a) Thay m = 3 và giải hệ đúng: 1đ

b) (0,5đ)
Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất đúng
0,25đ
Tìm m để hệ có nghiệm thoả mãn x + y = 1 và KL
0,25đ

<u>Bài 4: (3đ)</u> Vẽ hình đúng
0,25đ

a) Tính được số đo góc NIP = $135^0$
0,75đ

b) (1đ)
Vẽ hình và C/m được góc NDP = $90^0$
0,5đ
Chứng minh được tứ giác DOPN nội tiếp được.
0,5đ

c) (1đ) + C/m phần thuận
Kẻ JE//AC, JF//BC và C/m được góc EJF = $45^0$
0,25đ
Lập luận và kết luận điểm J:
0,25đ
+ C/m phần đảo
0,25đ
+ Kết luận quỹ tích
0,25đ

<u>Bài 5: (1,5đ)</u> a) (1đ)
Tìm được điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt:
0,5đ
Tìm được toạ độ 2 điểm A, B
0,5đ

b) Tìm được quỹ tích trung điểm I: $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-3}{4} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{8m - 11}{4} \end{cases}$ và kết luận

0,5đ

__**Lưu ý:**__ ***hai lần thiếu giải thích hoặc đơn vị trừ 0,25đ***