

Phương trình tham số- Sự tương giao giữa (D) & (P)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = mx + 1$ và parabol (P) : $y = x^2$.
 - a) Vẽ (P) và (d) khi $m = 1$.
 - b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m , đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định và luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
 - c) Tìm m để diện tích ΔOAB bằng 2.
2. Cho phương trình $x^2 - mx + m^2 - 5 = 0$ (m là tham số)
 - a) Giải phương trình với $m = 1 + \sqrt{2}$.
 - b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
 - c) Với những giá trị của m mà phương trình có nghiệm, hãy tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong tất cả các nghiệm đó.
3. Cho phương trình $(x + 1)^4 - (m - 1)(x + 1)^2 - m^2 + m - 1 = 0$. (*)
 - a) Giải phương trình với $m = -1$.
 - b) Chứng minh rằng phương trình (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
 - c) Tìm các giá trị của m để $|x_1| + |x_2| = 2$
4. Trong hệ tọa độ vuông góc xOy cho Parabol : $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = x + m$ (d). Tìm m để (d) cắt hai nhánh của (P) tại A và B sao cho ΔAOB vuông tại O.
5. Cho phương trình : $x^2 - 2(m - 1)x + m - 5 = 0$ (x là ẩn)
 - a) Xác định m để phương trình có một nghiệm $x = -1$ và tìm nghiệm còn lại.
 - b) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
 - c) Với giá trị nào của m thì $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.
6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm I (0;-1) có hệ số góc k .
 - a) Viết phương trình của đường thẳng (d). Chứng minh rằng với mọi giá trị của k , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
 - b) Gọi hoành độ của A và B là x_1 và x_2 , Chứng minh rằng $|x_1 - x_2| \geq 2$.
 - c) Chứng minh rằng ΔOAB vuông.
7. Cho phương trình: $x^2 - (m-2)x - m^2 + 3m - 4 = 0$ (m là tham số)
 - a) Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
 - b) Tìm m để tỉ số hai nghiệm của phương trình có giá trị tuyệt đối bằng 2.

Phương trình tham số- Sự tương giao giữa (D) & (P)

8. Cho phương trình : $x + 3(m - 3x^2)^2 = m$.
- Giải phương trình với $m = 2$.
 - Tìm m để phương trình có nghiệm.
9. Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có phương trình :
 $2kx + (k - 1)y = 2$ (k là tham số)
- Với giá trị nào của k thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = x\sqrt{3}$. Khi đó hãy tính góc tạo bởi (d) với tia Ox.
 - Tìm k để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) là lớn nhất.
10. Trong mặt phẳng tọa độ xOy cho đường thẳng (d) : $2x - y - a^2 = 0$ và parabol (P): $y = ax^2$. (a là tham số dương).
- Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Chứng minh rằng khi đó A và B nằm bên phải trục tung..
 - Gọi x_A và x_B là hoành độ của A và B, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức

$$T = \frac{4}{x_A + x_B} + \frac{1}{x_A x_B}.$$

11. Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ (P)
- Vẽ đồ thị của hàm số (P)
 - Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y=2x+m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt A và B. Khi đó hãy tìm tọa độ hai điểm A và B.
12. Xét phương trình: $x^2 - 12x + m = 0$ (x là ẩn).
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_2 = x_1^2$.
13. Cho Parabol $y=x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=2mx - m^2 + 4$.
- Tìm hoành độ của các điểm thuộc Parabol biết tung độ của chúng
 - Chứng minh rằng Parabol và đường thẳng (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt. Tìm tọa độ giao điểm của chúng. Với giá trị nào của m thì tổng các tung độ của chúng đạt giá trị nhỏ nhất?
14. Tìm giá trị của a để phương trình:
 $(a^2 - a - 3)x^2 + (a + 2)x - 3a^2 = 0$
nhận $x=2$ là nghiệm. Tìm nghiệm còn lại của phương trình?
15. Trên hệ trục tọa độ Oxy cho các điểm $M(2;1)$, $N(5;-1/2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=ax+b$
- Tìm a và b để đường thẳng (d) đi qua các điểm M và N?
 - Xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng MN với các trục Ox và Oy.
16. Cho hàm số:

$$y = x^2 \quad (P)$$

$$y = 3x - m^2 \quad (d)$$

- Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của m, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

Phương trình tham số- Sự tương giao giữa (D) & (P)

2. Gọi y_1 và y_2 là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và (P).
Tìm m để có đẳng thức $y_1 + y_2 = 11y_1y_2$
17. Xác định giá trị của m trong phương trình bậc hai:
$$x^2 - 8x + m = 0$$
để $4 + \sqrt{3}$ là nghiệm của phương trình. Với m vừa tìm được, phương trình đã cho còn một nghiệm nữa. Tìm nghiệm còn lại ấy?
18. Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình:
(P): $y = x^2/2$; (d): $y = mx - m + 2$ (m là tham số).
1. Tìm m để đường thẳng (d) và (P) cùng đi qua điểm có hoành độ bằng $x = 4$.
 2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
 3. Giả sử $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ là tọa độ các giao điểm của đường thẳng (d) và (P). Chứng minh rằng $y_1 + y_2 \geq (2\sqrt{2} - 1)(x_1 + x_2)$.
19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình:
(P): $y = x^2$
(d): $y = 2(a-1)x + 5 - 2a$; (a là tham số)
1. Với $a = 2$ tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P).
 2. Chứng minh rằng với mọi a đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
 3. Gọi hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) là x_1, x_2 . Tìm a để $x_1^2 + x_2^2 = 6$.
20. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = -2x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 3x + m$.
1. Khi $m = 1$, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (d).
 2. Tính tổng bình phương các hoành độ giao điểm của (P) và (d) theo m.
21. Cho phương trình $x^2 + px + q = 0$; $q \neq 0$ (1)
1. Giải phương trình khi $p = \sqrt{2} - 1$; $q = -\sqrt{2}$.
 2. Cho $16q = 3p^2$. Chứng minh rằng phương trình có 2 nghiệm và nghiệm này gấp 3 lần nghiệm kia.
 3. Giả sử phương trình có 2 nghiệm trái dấu, chứng minh phương trình $qx^2 + px + 1 = 0$ (2) cũng có 2 nghiệm trái dấu. Gọi x_1 là nghiệm âm của phương trình (1), x_2 là nghiệm âm của phương trình (2). Chứng minh $x_1 + x_2 \leq -2$.
22. Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m = 0$ (1)
1. Giả sử phương trình (1) có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Lập phương trình bậc hai có 2 nghiệm là $t_1 = 1 - x_1$ và $t_2 = 1 - x_2$.
 2. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1 < 1 < x_2$.

Phương trình tham số- Sự tương giao giữa (D) & (P)

23. Cho đường thẳng (d) có phương trình là $y=mx-m+1$.

1. Chứng tỏ rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định ấy.
2. Tìm m để đường thẳng (d) cắt $y=x^2$ tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

24. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - y = -m \\ (1 - m^2)x + 2my = 1 + m^2 \end{cases}$$

1. Chứng tỏ phương trình có nghiệm với mọi giá trị của m.
2. Gọi $(x_0; y_0)$ là nghiệm của phương trình, chứng minh với mọi giá trị của m luôn có: $x_0^2 + y_0^2 = 1$

25. Cho phương trình:

$$x^4 - 2mx^2 + m^2 - 3 = 0$$

1. Giải phương trình với $m = \sqrt{3}$.
2. Tìm m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

26. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 0,5 = 0$

1. Tìm m để phương trình có nghiệm và các nghiệm của phương trình có giá trị tuyệt đối bằng nhau.
2. Tìm m để phương trình có nghiệm và các nghiệm ấy là số đo của 2 cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 3.

27. Tìm m để phương trình: $x^2 - 2x - |x-1| + m = 0$, có đúng 2 nghiệm phân biệt.

28. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ với x là ẩn, m là số cho trước.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 0$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có 2 nghiệm dương x_1, x_2 phân biệt thoả mãn điều kiện $x_1^2 - x_2^2 = 4\sqrt{2}$

29. Cho phương trình: $\sqrt{x-5} + \sqrt{9-x} = m$ với x là ẩn, m là số cho trước.

1. Giải phương trình đã cho với $m=2$.
2. Giả sử phương trình đã cho có nghiệm là $x=a$. Chứng minh rằng khi đó phương trình đã cho còn có một nghiệm nữa là $x=14-a$.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có đúng một nghiệm.

30. Cho các đoạn thẳng:

$$(d_1): y=2x+2$$

$$(d_2): y=-x+2$$

$$(d_3): y=mx \text{ (m là tham số)}$$

1. Tìm tọa độ các giao điểm A, B, C theo thứ tự của (d_1) với (d_2) , (d_1) với trục hoành và (d_2) với trục hoành.
2. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (d_3) cắt cả hai đường thẳng (d_1) , (d_2) .

Phương trình tham số- Sự tương giao giữa (D) & (P)

3. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (d_3) cắt cả hai tia AB và AC

31. Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình:

$$(P): y=mx^2$$

$$(d): y=2x+m$$

trong đó m là tham số, $m \neq 0$.

1. Với $m=\sqrt{3}$, tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P).

2. Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

3. Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại 2 điểm có hoành độ là $(1+\sqrt{2})^3$; $(1-\sqrt{2})^3$.

32. Cho parabol $y=2x^2$ và đường thẳng $y=ax+2-a$.

1. Chứng minh rằng parabol và đường thẳng trên luôn cắt nhau tại điểm A cố định. Tìm điểm A đó.

2. Tìm a để parabol cắt đường thẳng trên chỉ tại một điểm.

33. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$

1. Tìm a, b, c biết đồ thị cắt trục tung tại A(0;1), cắt trục hoành tại B(1;0) và qua C(2;3).

2. Tìm giao điểm còn lại của đồ thị hàm số tìm được với trục hoành.

3. Chứng minh đồ thị hàm số vừa tìm được luôn tiếp xúc với đường thẳng $y=x-1$.