

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Bài 1 ( 1 điểm ):**

a) Thực hiện phép tính:  $\frac{3\sqrt{10} + \sqrt{20} - 3\sqrt{6} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $x - \sqrt{x - 2008}$ .

**Bài 2 ( 1,5 điểm ):**

Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi  $m = \sqrt{2}$ .

b) Tìm giá trị của  $m$  để hệ phương trình đã cho có nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn hệ thức

$$x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}.$$

**Bài 3 (1,5 điểm):**

a) Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ , có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là  $-2$  và  $1$ .

b) Giải phương trình:  $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$ .

**Bài 4 ( 2 điểm ):**

Cho hình thang ABCD ( $AB \parallel CD$ ), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh:  $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1$ .

b) Chứng minh:  $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$ .

c) Biết  $S_{AOB} = m^2$ ;  $S_{COD} = n^2$ . Tính  $S_{ABCD}$  theo  $m$  và  $n$  (với  $S_{AOB}$ ,  $S_{COD}$ ,  $S_{ABCD}$  lần lượt là diện tích tam giác AOB, diện tích tam giác COD, diện tích tứ giác ABCD).

**Bài 5 ( 3 điểm ):** Cho đường tròn ( O; R ) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b)  $OM \perp BC$ .

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 6 ( 1 điểm ):**

a) Cho các số thực dương  $x; y$ . Chứng minh rằng:  $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$ .

b) Cho  $n$  là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng  $n^4 + 4^n$  là hợp số.

===== **Hết** =====

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

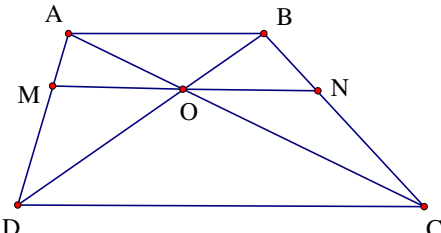
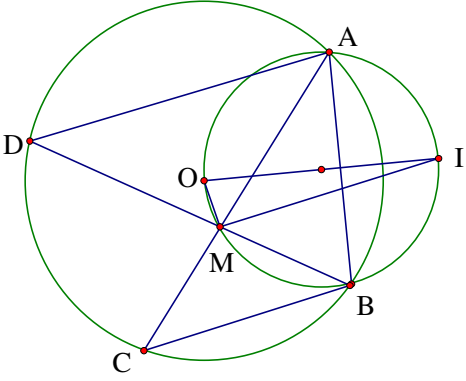
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

I. Hướng dẫn chung:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.
- 3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án:

Bài	Nội dung	Điểm
1 (1đ)	a) Biến đổi được: $\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2)}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ $= 3\sqrt{2}+2$	0,25 0,25
	b) Điều kiện $x \geq 2008$ $x - \sqrt{x-2008} = (x-2008 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x-2008} + \frac{1}{4}) + 2008 - \frac{1}{4}$ $= (\sqrt{x-2008} - \frac{1}{2})^2 + \frac{8031}{4} \geq \frac{8031}{4}$	0,25
	Dấu “ = “ xảy ra khi $\sqrt{x-2008} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8033}{4}$ (thỏa mãn). Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{8031}{4}$ khi $x = \frac{8033}{4}$ .	0,25
2 (1,5đ)	a) Khi $m = \sqrt{2}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2}x - y = 2 \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \sqrt{2}y = 2\sqrt{2} \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2}+5}{5} \\ y = \sqrt{2}x - 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2}+5}{5} \\ y = \frac{5\sqrt{2}-6}{5} \end{cases}$	0,25
	b) Giải tìm được: $x = \frac{2m+5}{m^2+3}; y = \frac{5m-6}{m^2+3}$	0,25
	Thay vào hệ thức $x+y = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$ ; ta được $\frac{2m+5}{m^2+3} + \frac{5m-6}{m^2+3} = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$	0,25
	Giải tìm được $m = \frac{4}{7}$	0,25
3 (1,5đ)	a) Tìm được M(-2; -2); N(1; - $\frac{1}{2}$ )	0,25
	Phương trình đường thẳng có dạng $y = ax + b$ , đường thẳng đi qua M và N nên $\begin{cases} -2a + b = -2 \\ a + b = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
	Tìm được $a = \frac{1}{2}; b = -1$ . Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x - 1$	0,25
	b) Biến đổi phương trình đã cho thành $3(x^2+x) - 2\sqrt{x^2+x} - 1 = 0$	

	<p>Đặt <math>t = \sqrt{x^2 + x}</math> (điều kiện <math>t \geq 0</math>), ta có phương trình <math>3t^2 - 2t - 1 = 0</math></p> <p>Giải tìm được <math>t = 1</math> hoặc <math>t = -\frac{1}{3}</math> (loại)</p> <p>Với <math>t = 1</math>, ta có <math>\sqrt{x^2 + x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0</math>. Giải ra được <math>x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}</math> hoặc <math>x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}</math>.</p>	0,25
		0,25
		0,25
	Hình vẽ	
		0,25
4 (2đ)	a) Chứng minh được $\frac{MO}{CD} = \frac{AM}{AD}$ ; $\frac{MO}{AB} = \frac{MD}{AD}$	0,25
	Suy ra $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = \frac{AM + MD}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1$ (1)	0,50
	b) Tương tự câu a) ta có $\frac{NO}{CD} + \frac{NO}{AB} = 1$ (2)	
	(1) và (2) suy ra $\frac{MO + NO}{CD} + \frac{MO + NO}{AB} = 2$ hay $\frac{MN}{CD} + \frac{MN}{AB} = 2$	0,25
	Suy ra $\frac{1}{CD} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{MN}$	0,25
c) $\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{OB}{OD}$ ; $\frac{S_{AOD}}{S_{COD}} = \frac{OA}{OC}$ ; $\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{S_{AOD}}{S_{COD}}$ $\Rightarrow S_{AOD}^2 = m^2 \cdot n^2 \Rightarrow S_{AOD} = m \cdot n$	0,25	
Tương tự $S_{BOC} = m \cdot n$ . Vậy $S_{ABCD} = m^2 + n^2 + 2mn = (m + n)^2$	0,25	
	Hình vẽ (phục vụ câu a)	0,25
		
5 (3đ)	a) Chứng minh được: - hai cung AB và CD bằng nhau - số góc AMB bằng số cung AB	0,25
	Suy ra được hai góc AOB và AMB bằng nhau	0,25
	O và M cùng phía với AB. Do đó tứ giác AOMB nội tiếp	0,25
	b) Chứng minh được: - O nằm trên đường trung trực của BC (1) - M nằm trên đường trung trực của BC (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra OM là đường trung trực của BC, suy ra $OM \perp BC$	0,25
c) Từ giả thiết suy ra $d \perp OM$	0,25	

	<p>Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB, suy ra góc OMI bằng <math>90^0</math>, do đó OI là đường kính của đường tròn này</p> <p>Khi C và D di động thỏa mãn đề bài thì A, O, B cố định, nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB cố định, suy ra I cố định.</p> <p>Vậy d luôn đi qua điểm I cố định.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>a) Với x và y đều dương, ta có <math>\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y</math> (1)</p> <p><math>\Leftrightarrow x^3 + y^3 \geq xy(x + y) \Leftrightarrow (x + y)(x - y)^2 \geq 0</math> (2)</p> <p>(2) luôn đúng với mọi <math>x &gt; 0, y &gt; 0</math>. Vậy (1) luôn đúng với mọi <math>x &gt; 0, y &gt; 0</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<b>6</b> <b>(1đ)</b>	<p>b) n là số tự nhiên lớn hơn 1 nên n có dạng <math>n = 2k</math> hoặc <math>n = 2k + 1</math>, với k là số tự nhiên lớn hơn 0.</p> <p>- Với <math>n = 2k</math>, ta có <math>n^4 + 4^n = (2k)^4 + 4^{2k}</math> lớn hơn 2 và chia hết cho 2. Do đó <math>n^4 + 4^n</math> là hợp số.</p> <p>- Với <math>n = 2k+1</math>, ta có</p> $n^4 + 4^n = n^4 + 4^{2k+1} = n^4 + (2 \cdot 4^k)^2 = (n^2 + 2 \cdot 4^k)^2 - (2 \cdot n \cdot 2^k)^2$ $= (n^2 + 2^{2k+1} + n \cdot 2^{k+1})(n^2 + 2^{2k+1} - n \cdot 2^{k+1}) = [(n+2^k)^2 + 2^{2k}][(n-2^k)^2 + 2^{2k}].$ <p>Mỗi thừa số đều lớn hơn hoặc bằng 2. Vậy <math>n^4 + 4^n</math> là hợp số</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

===== *Hết* =====

**Bài 1** (1,5 điểm):

a) Thực hiện phép tính:  $\frac{3\sqrt{10} + \sqrt{20} - 3\sqrt{6} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $x - \sqrt{x - 2008}$ .

**Bài 2** (2 điểm):

Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi  $m = \sqrt{2}$ .

b) Tìm giá trị của  $m$  để hệ phương trình đã cho có nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn hệ thức

$$x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}.$$

**Bài 3** (2 điểm):

a) Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ , có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là  $-2$  và  $1$ .

b) Giải phương trình:  $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$ .

**Bài 4** (1,5 điểm):

Cho hình thang ABCD ( $AB \parallel CD$ ), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh:  $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1$ .

b) Chứng minh:  $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$ .

**Bài 5** (3 điểm):

Cho đường tròn (O; R) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b)  $OM \perp BC$ .

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

===== **Hết** =====

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

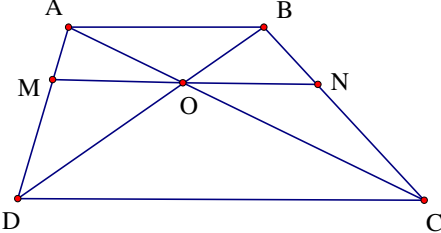
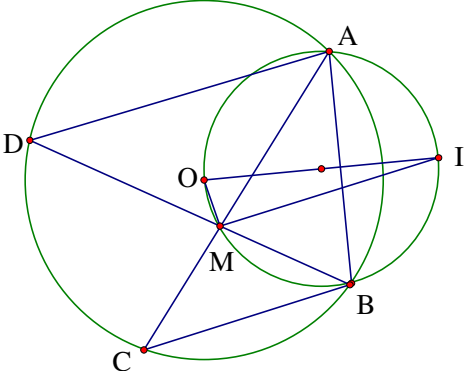
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

I. Hướng dẫn chung:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.
- 3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án:

Bài	Nội dung	Điểm
1 (1,5đ)	$\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2)}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ a) Biến đổi được:	0,50
	$= 3\sqrt{2}+2$	0,25
	b) Điều kiện $x \geq 2008$ $x - \sqrt{x-2008} = (x-2008 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x-2008} + \frac{1}{4}) + 2008 - \frac{1}{4}$ $= (\sqrt{x-2008} - \frac{1}{2})^2 + \frac{8031}{4} \geq \frac{8031}{4}$ Dấu “ = “ xảy ra khi $\sqrt{x-2008} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8033}{4}$ (thỏa mãn). Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{8031}{4}$ khi $x = \frac{8033}{4}$ .	0,50
2 (2đ)	a) Khi $m = \sqrt{2}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2}x - y = 2 \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \sqrt{2}y = 2\sqrt{2} \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2}+5}{5} \\ y = \sqrt{2}x - 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2}+5}{5} \\ y = \frac{5\sqrt{2}-6}{5} \end{cases}$	0,25
	b) Giải tìm được: $x = \frac{2m+5}{m^2+3}$ ; $y = \frac{5m-6}{m^2+3}$ Thay vào hệ thức $x+y = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$ ; ta được $\frac{2m+5}{m^2+3} + \frac{5m-6}{m^2+3} = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$ Giải tìm được $m = \frac{4}{7}$	0,50
	a) Tìm được $M(-2; -2)$ ; $N(1; -\frac{1}{2})$ Phương trình đường thẳng có dạng $y = ax + b$ , đường thẳng đi qua M và N nên	0,25

<p><b>3</b> (2đ)</p>	$\begin{cases} -2a + b = -2 \\ a + b = -\frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Tìm được <math>a = \frac{1}{2}</math>; <math>b = -1</math>.</p> <p>Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là <math>y = \frac{1}{2}x - 1</math></p> <p>b) Biến đổi phương trình đã cho thành <math>3(x^2 + x) - 2\sqrt{x^2 + x} - 1 = 0</math>  Đặt <math>t = \sqrt{x^2 + x}</math> (điều kiện <math>t \geq 0</math>), ta có phương trình <math>3t^2 - 2t - 1 = 0</math>  Giải tìm được <math>t = 1</math> hoặc <math>t = -\frac{1}{3}</math> (loại)</p> <p>Với <math>t = 1</math>, ta có <math>\sqrt{x^2 + x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0</math>. Giải ra được <math>x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}</math> hoặc <math>x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}</math>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p><b>4</b> (1,5đ)</p>	<p>Hình vẽ</p>  <p>a) Chứng minh được <math>\frac{MO}{CD} = \frac{AM}{AD}</math>; <math>\frac{NO}{AB} = \frac{MD}{AD}</math>  Suy ra <math>\frac{MO}{CD} + \frac{NO}{AB} = \frac{AM + MD}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1</math> (1)</p> <p>b) Tương tự câu a) ta có <math>\frac{NO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1</math> (2)  (1) và (2) suy ra <math>\frac{MO + NO}{CD} + \frac{MO + NO}{AB} = 2</math> hay <math>\frac{MN}{CD} + \frac{MN}{AB} = 2</math>  Suy ra <math>\frac{1}{CD} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{MN}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p><b>5</b> (3đ)</p>	<p>Hình vẽ (phục vụ câu a)</p>  <p>a) Chứng minh được: - hai cung AB và CD bằng nhau  - số góc AMB bằng số cung AB  Suy ra được hai góc AOB và AMB bằng nhau  O và M cùng phía với AB. Do đó tứ giác AOMB nội tiếp</p> <p>b) Chứng minh được: - O nằm trên đường trung trực của BC (1)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	- M nằm trên đường trung trực của BC (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra OM là đường trung trực của BC, suy ra $OM \perp BC$	0,25
	c) Từ giả thiết suy ra $d \perp OM$	0,25
	Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB, suy ra góc OMI bằng $90^0$ , do đó OI là đường kính của đường tròn này.	0,25
	Khi C và D di động thỏa mãn đề bài thì A, O, B cố định, nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB cố định, suy ra I cố định.	0,25
	Vậy d luôn đi qua điểm I cố định.	0,25

===== *Hết* =====