

TẬP ĐỀ ÔN THI TUYỂN VÀO LỚP 10

ĐỀ : 1

Bài 1: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right)$

a, Rút gọn P

b, Tìm x nguyên để P có giá trị nguyên.

Bài 2: Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 6 = 0$ (*)

a. Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm âm.

b. Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn $|x_1^3 - x_2^3| = 50$

Bài 3: Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x(x+1) \cdot y(y+1) = 72 \end{cases}$$

Bài 4: Cho tam giác có các góc nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O . H là trực tâm của tam giác. D là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a, Xác định vị trí của điểm D để tứ giác BHCD là hình bình hành.

b, Gọi P và Q lần lượt là các điểm đối xứng của điểm D qua các đường thẳng AB và AC . Chứng minh rằng 3 điểm P; H; Q thẳng hàng.

c, Tìm vị trí của điểm D để PQ có độ dài lớn nhất.

Bài 5 Cho $x > 0$; $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ Tính: $x^5 + \frac{1}{x^5}$

ĐÁP ÁN

Bài 1: (2 điểm). ĐK: $x \geq 0; x \neq 1$

a, Rút gọn: $P = \frac{2x(x-1)}{x(x-1)} : \frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{x-1} \Leftrightarrow P = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b. $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$

Để P nguyên thì

$$\sqrt{x}-1=1 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$$

$$\sqrt{x}-1=-1 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0$$

$$\sqrt{x}-1=2 \Rightarrow \sqrt{x}=3 \Rightarrow x=9$$

$$\sqrt{x}-1=-2 \Rightarrow \sqrt{x}=-1 \text{ (Loại)}$$

Vậy với $x = \{0; 4; 9\}$ thì P có giá trị nguyên.

Bài 2: Để phương trình có hai nghiệm âm thì:

$$\begin{cases} \Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m - 6) \geq 0 \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 6 > 0 \\ x_1 + x_2 = 2m + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 25 > 0 \\ (m-2)(m+3) > 0 \Leftrightarrow m < -3 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

b. Giải phương trình: $|(m-2)^3 - (m+3)^3| = 50$

$$\Leftrightarrow |5(3m^2 + 3m + 7)| = 50 \Leftrightarrow m^2 + m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Bà3. Đặt: $\begin{cases} u = x(x+1) \\ v = y(y+1) \end{cases}$ Ta có: $\begin{cases} u+v=18 \\ uv=72 \end{cases} \Rightarrow u; v$ là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 18X + 72 = 0 \Rightarrow X_1 = 12; X_2 = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u=12 \\ v=6 \end{cases}; \begin{cases} u=6 \\ v=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+1)=12 \\ y(y+1)=6 \end{cases}; \begin{cases} x(x+1)=6 \\ y(y+1)=12 \end{cases}$$

Giải hai hệ trên ta được: Nghiệm của hệ là: (3; 2); (-4; 2); (3; -3); (-4; -3) và các hoán vị.

Bà4

a. Giả sử đã tìm được điểm D trên cung BC sao cho tứ giác BHCD là hình bình hành. Khi đó: BD//HC; CD//HB vì H là trực tâm tam giác ABC nên

CH \perp AB và BH \perp AC \Rightarrow BD \perp AB và CD \perp AC.

Do đó: $\angle ABD = 90^\circ$ và $\angle ACD = 90^\circ$.

Vậy AD là đường kính của đường tròn tâm O

Ngược lại nếu D là đầu đường kính AD

của đường tròn tâm O thì

tứ giác BHCD là hình bình hành.

b) Vì P đối xứng với D qua AB nên $\angle APB = \angle ADB$

nhưng $\angle ADB = \angle ACB$ nhưng $\angle ADB = \angle ACB$

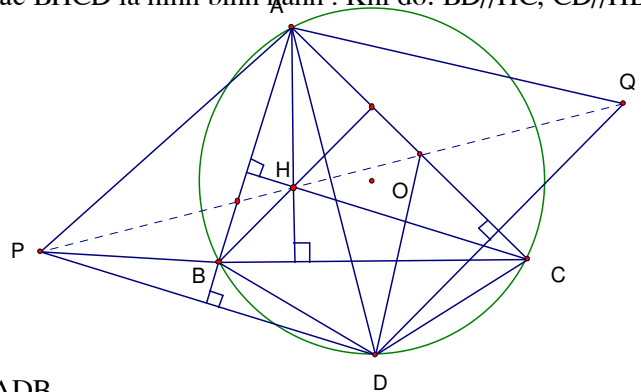
Do đó: $\angle APB = \angle ACB$ Mặt khác:

$$\angle AHB + \angle ACB = 180^\circ \Rightarrow \angle APB + \angle AHB = 180^\circ$$

Tứ giác APBH nội tiếp được đường tròn nên $\angle PAB = \angle PHB$

Mà $\angle PAB = \angle DAB$ do đó: $\angle PHB = \angle DAB$

Chứng minh tương tự ta có: $\angle CHQ = \angle DAC$



Vậy $\angle PHQ = \angle PHB + \angle BHC + \angle CHQ = \angle BAC + \angle BHC = 180^\circ$

Ba điểm P; H; Q thẳng hàng

c). Ta thấy ΔAPQ là tam giác cân đỉnh A

Có $AP = AQ = AD$ và $\angle PAQ = \angle 2BAC$ không đổi nên cạnh đáy PQ

đạt giá trị lớn nhất AP và AQ là lớn nhất hay AD là lớn nhất

D là đầu đường kính kẻ từ A của đường tròn tâm O

Bài 5 Từ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$ (do $x > 0$)

$$\begin{aligned} \text{Nên } x^5 + \frac{1}{x^5} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^4 - x^3 \frac{1}{x} + x^2 \frac{1}{x^2} - x \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}\right) = 3 \left(x^4 + \frac{1}{x^4} - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 1\right) \\ &= 3 \left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2 - 7 + 1\right] = 3(49 - 8) = 123 \end{aligned}$$

.....HẾT.....

ĐỀ : 2

Câu 1 : Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x\right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x\right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2} \text{ với } x \neq \sqrt{2}; \pm 1$$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tính giá trị của biểu thức khi cho $x = \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$

c. Tìm giá trị của x để $A = 3$

Câu 2.a. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x - y)^2 - 4 = 3(y - x) \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

b. Giải bất phương trình:

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 2x - 20}{x^2 + x + 3} < 0$$

Câu 3. Cho phương trình $(2m - 1)x^2 - 2mx + 1 = 0$

a) Xác định m để phương trình trên có nghiệm phân biệt

b) Xác định m để phương trình trên có nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho: $x_1^2 + x_2^2 = 3$

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính BC. Điểm A thuộc nửa đường tròn đó dựng hình vuông ABCD thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa đỉnh C. Gọi F là giao điểm của AC và nửa đường tròn (O). Gọi K là giao điểm của CF và ED

a. chứng minh rằng 4 điểm E, B, F, K. nằm trên một đường tròn

b. chứng minh rằng BK là tiếp tuyến của (o)

c. chứng minh rằng F là trung điểm của CK

ĐÁP ÁN

Câu 1: a. Rút gọn $A = \frac{x^2 - 2}{x}$

b. Thay $x = \sqrt{6 + 4\sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2}$ vào A ta được $A = 2(4 + \sqrt{2})$

$$c. A=3 \Leftrightarrow x^2-3x-2=0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Câu 2: a) Đặt $x-y=a$ ta được pt: $a^2+3a=4 \Rightarrow a=-1; a=-4$

$$\text{Từ đó ta có } \begin{cases} (x-y)^2 - 4 = 3(y-x) \\ 2x+3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow * \begin{cases} x-y = 1 \\ 2x+3y = 7 \end{cases} (1) \vee * \begin{cases} x-y = -4 \\ 2x+3y = 7 \end{cases} (2)$$

Giải hệ (1) ta được $x=2, y=1$

Giải hệ (2) ta được $x=-1, y=3$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $x=2, y=1$ hoặc $x=-1; y=3$

b) Ta có $x^3-4x^2-2x-20=(x-5)(x^2+x+4)$

mà $x^2+x+3=(x+1/2)^2+11/4 > 0$; $x^2+x+4 > 0$ với mọi x

Vậy bất phương trình tương đương với $x-5 > 0 \Rightarrow x > 5$

Câu 3: Phương trình: $(2m-1)x^2-2mx+1=0$

• a) Xét $2m-1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1/2$

$$\text{và } \Delta' = m^2-2m+1 = (m-1)^2 > 0 \quad m \neq 1$$

ta thấy pt có 2 nghiệm p. biệt với $m \neq 1/2$ và $m \neq 1$

$$b) m = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}$$

Câu 4:

a. Ta có $\angle KEB = 90^\circ$

mặt khác $\angle BFC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

do CF kéo dài cắt ED tại D

$\Rightarrow \angle BFK = 90^\circ \Rightarrow E, F$ thuộc đường tròn đường kính BK

hay 4 điểm E, F, B, K thuộc đường tròn đường kính BK.

b. $\angle BCF = \angle BAF$

Mà $\angle BAF = \angle BAE = 45^\circ \Rightarrow \angle BCF = 45^\circ$

Ta có $\angle BKF = \angle BEF$

Mà $\angle BEF = \angle BEA = 45^\circ$ (EA là đường chéo của hình vuông ABED) $\Rightarrow \angle BKF = 45^\circ$

Vì $\angle BKC = \angle BCK = 45^\circ \Rightarrow$ tam giác BCK vuông cân tại B

$\Rightarrow BK \perp OB \Rightarrow BK$ là tiếp tuyến của (O)

c) $BF \perp CK$ tại F $\Rightarrow F$ là trung điểm

HẾT

ĐỀ: 3

Bài 1: Cho biểu thức:
$$P = \frac{x}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 - \sqrt{y})} - \frac{y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \cdot \frac{1}{(\sqrt{x} + 1)} - \frac{xy}{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{y})}$$

a). Tìm điều kiện của x và y để P xác định. Rút gọn P.

b). Tìm x, y nguyên thỏa mãn phương trình $P = 2$.

Bài 2: Cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) có hệ số góc m đi qua điểm $M(-1; -2)$.

a). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A, B phân biệt

b). Xác định m để A, B nằm về hai phía của trục tung.

Bài 3: Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

Bài 4: Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và C là một điểm thuộc đường tròn ($C \neq A$; $C \neq B$). Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C, kẻ tia Ax tiếp xúc với đường tròn (O), gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC. Tia BC cắt Ax tại Q, tia AM cắt BC tại N.

a). Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân.

b). Khi $MB = MQ$, tính BC theo R.

Bài 5: Cho $x > 0 ; y > 0$ thỏa mãn $x+y=1$: Tìm GTLN của $A=\sqrt{x} + \sqrt{y}$

ĐÁP ÁN

Bài 1: a). Điều kiện để P xác định là $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x + y \neq 0$.

$$\begin{aligned} *) \text{ Rút gọn P: } P &= \frac{x(1 + \sqrt{x}) - y(1 - \sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{(x - y) + (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - \sqrt{xy} + y - xy)}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{y}(\sqrt{x} + 1) + y(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} \\ &= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + y - y\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{y})(1 + \sqrt{y}) - \sqrt{y}(1 - \sqrt{y})}{(1 - \sqrt{y})} = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}.$$

$$\begin{aligned} \text{b). } P = 2 &\Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y} = 2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x}(1 + \sqrt{y}) - (\sqrt{y} + 1) = 1 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(1 + \sqrt{y}) = 1 \end{aligned}$$

Ta có: $1 + \sqrt{y} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = 0; 1; 2; 3; 4$

Thay vào ta có các cặp giá trị (4; 0) và (2; 2) thỏa mãn

Bài 2: a). Đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm M(-1; -2). Nên phương trình đường thẳng (d) là: $y = mx + m - 2$.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$\begin{aligned} -x^2 &= mx + m - 2 \\ \Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 &= 0 (*) \end{aligned}$$

Vì phương trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0 \forall m$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt, do đó (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b). A và B nằm về hai phía của trục tung \Leftrightarrow p.trình: $x^2 + mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

$$\text{Bài 3: } \begin{cases} x + y + z = 9 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 & (2) \\ xy + yz + xz = 27 & (3) \end{cases}$$

ĐKXĐ: $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x + y + z)^2 &= 81 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 81 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 &= 81 - 2(xy + yz + zx) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 &= (xy + yz + zx) \Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) = 0 \\ \Leftrightarrow (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)^2 = 0 \\ (y - z)^2 = 0 \\ (z - x)^2 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = z \\ z = x \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z \end{aligned}$$

Thay vào (1) $\Rightarrow x = y = z = 3$.

Ta thấy $x = y = z = 3$ thỏa mãn hệ phương trình. Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x = y = z = 3$.

Bài 4:

a). Xét $\triangle ABM$ và $\triangle NBM$.

Ta có: AB là đường kính của đường tròn (O)

nên $\angle AMB = \angle NMB = 90^\circ$.

M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC

nên $\angle ABM = \angle MBN \Rightarrow \angle BAM = \angle BNM$

$\Rightarrow \triangle BAN$ cân đỉnh B .

Tứ giác $AMCB$ nội tiếp

$\Rightarrow \angle BAM = \angle MCN$ (cùng bù với góc MCB).

$\Rightarrow \angle MCN = \angle MNC$ (cùng bằng góc BAM).

\Rightarrow Tam giác MCN cân đỉnh M

b). Xét $\triangle MCB$ và $\triangle MNQ$ có:

$MC = MN$ (theo cm trên $\triangle MNC$ cân); $MB = MQ$ (theo gt)

$\angle BMC = \angle MNQ$ (vì: $\angle MCB = \angle MNC$; $\angle MBC = \angle MQN$).

$\Rightarrow \triangle MCB = \triangle MNQ$ (c.g.c). $\Rightarrow BC = NQ$.

Xét tam giác vuông ABQ có $AC \perp BQ \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BQ = BC(BN + NQ)$

$\Rightarrow AB^2 = BC \cdot (AB + BC) = BC(BC + 2R)$

$\Rightarrow 4R^2 = BC(BC + 2R) \Rightarrow BC = (\sqrt{5} - 1)R$

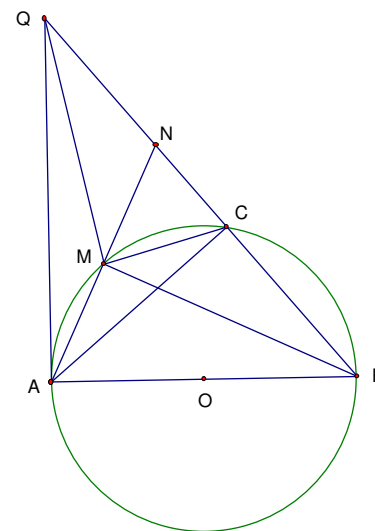
Bài 5: Do $A > 0$ nên A lớn nhất $\Leftrightarrow A^2$ lớn nhất.

Xét $A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 1 + 2\sqrt{xy}$ (1)

Ta có: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (Bất đẳng thức Cô si) $\Rightarrow 1 \geq 2\sqrt{xy}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $A^2 = 1 + 2\sqrt{xy} \leq 1 + 2 = 2$

$\text{Max } A^2 = 2 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$, $\text{max } A = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$



ĐỀ 4

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính $f(-1)$; $f(5)$

b) Tìm x để $f(x) = 10$

c) Rút gọn $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi $x \neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

Câu 3: Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x để A = 3

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A đến đường kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử PO = d. Tính AH theo R và d.

Câu 5: Cho phương trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

ĐÁP ÁN

Câu 1a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra $f(-1) = 3; f(5) = 3$

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 10 \\ x-2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -8 \end{cases}$

c) $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với $x > 2$ suy ra $x - 2 > 0$ suy ra $A = \frac{1}{x+2}$

Với $x < 2$ suy ra $x - 2 < 0$ suy ra $A = -\frac{1}{x+2}$

Câu 2

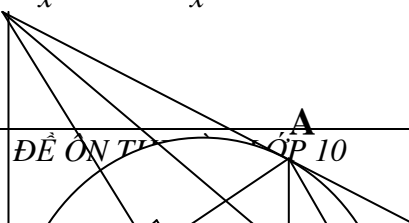
$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x = xy + 2y - 4x - 8 \\ 2xy - 6y + 7x - 21 = 2xy - 7y + 6x - 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 3 a) Ta có: $A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) =$

$$\left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) = \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) =$$

$$\frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) $A = 3 \Rightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3 \Rightarrow 3x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 2/3$



Câu 4

Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)

a) nên theo định lý Ta let áp dụng cho CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}; \quad (1)$$

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

=> $\angle POB = \angle ACB$ (hai góc đồng vị)

=> $\Delta AHC \sim \Delta POB$

Do đó:
$$\frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB} \quad (2)$$

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trung điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đường cao AH ta có $AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH$

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$\begin{aligned} AH^2 &= \left(2R - \frac{AH.CB}{2PB}\right) \frac{AH.CB}{2PB} \\ \Leftrightarrow AH^2.4PB^2 &= (4R.PB - AH.CB).AH.CB \\ \Leftrightarrow 4AH.PB^2 &= 4R.PB.CB - AH.CB^2 \\ \Leftrightarrow AH(4PB^2 + CB^2) &= 4R.PB.CB \\ \Leftrightarrow AH &= \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2} \\ &= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2} \end{aligned}$$

Câu 5 Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thì $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4.2.(m - 1) > 0$$

Từ đó suy ra $m \neq 1,5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \frac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{13-4m}{7} \\ x_1 = \frac{7m-7}{26-8m} \\ 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11 \end{cases}$$

Giải phương trình $3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$ ta được $m = -2$ và $m = 4,125$ (2)

đ k (1) và (2) ta có: Với $m = -2$ hoặc $m = 4,125$ thì ph trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

.....HẾT.....

ĐỀ 5

Câu 1: Cho $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a/. Rút gọn P.

b/. Chứng minh: $P < \frac{1}{3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Câu 2: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ ⁽¹⁾; m là tham số.

a/. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.

b/. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.

Câu 3: a/. Giải phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

Câu 4: Cho $\square ABC$ cân tại A với $AB > BC$. Điểm D di động trên cạnh AB, (D không trùng với A, B). Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp $\square BCD$. Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K.

a/. Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.

b/. Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?

c/. Xác định vị trí điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

Câu 5. Cho ba số x, y, z thoả mãn đồng thời:

$$x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\text{Tính giá trị của biểu thức : } A = x^{2009} + y^{2009} + z^{2009}.$$

ĐÁP ÁN

Câu 1: Điều kiện: $x \geq 0$ và $x \neq 1$

$$\begin{aligned} P &= \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{x+2+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

b/. Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$. Ta có: $P < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} < \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x + \sqrt{x} + 1 \quad ; \quad (\text{vì } x + \sqrt{x} + 1 > 0)$$

$$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0. \quad (\text{Đúng vì } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$$

Câu 2: a/. Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$.

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - m^2 - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq 2.$$

b/. Với $m \leq 2$ thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi một nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là 3a. Theo Viet ,ta có:

$$\begin{cases} a+3a=2m-2 \\ a.3a=m^2-3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m-1}{2} \Rightarrow 3\left(\frac{m-1}{2}\right)^2 = m^2 - 3$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -3 \pm 2\sqrt{6} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện}).$$

Câu 3:

Điều kiện $x \neq 0$; $2-x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$; $|x| < \sqrt{2}$.

Đặt $y = \sqrt{2-x^2} > 0$

Ta có:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) có: $x + y = 2xy$. Thay vào (1) có: $xy = 1$ hoặc $xy = -\frac{1}{2}$

* Nếu $xy = 1$ thì $x + y = 2$. Khi đó x, y là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1 \Rightarrow x = y = 1.$$

* Nếu $xy = -\frac{1}{2}$ thì $x + y = -1$. Khi đó x, y là nghiệm của phương trình:

$$X^2 + X - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow X = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

Vì $y > 0$ nên: $y = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$

Câu 4: c/. Theo câu b, tứ giác ABCK là hình thang.

Do đó, tứ giác ABCK là hình bình hành $\Leftrightarrow AB \parallel CK$

$$\Leftrightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACK}$$

Mà $\widehat{ACK} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{EC} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{BD} = \widehat{BCB}$

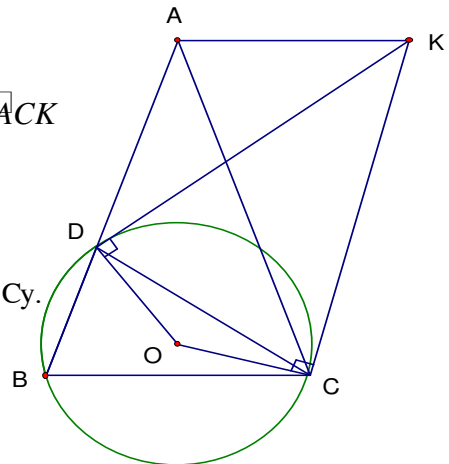
Nên $\widehat{BCD} = \widehat{BAC}$

Dựng tia Cy sao cho $\widehat{BCy} = \widehat{BAC}$. Khi đó, D là giao điểm của AB và Cy.

Với giả thiết $\widehat{AB} > \widehat{BC}$ thì $\widehat{BCA} > \widehat{BAC} > \widehat{BDC}$.

$\Rightarrow D \in AB$.

Vậy điểm D xác định như trên là điểm cần tìm



Câu 5. Từ giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 + 2z + 1 = 0 \\ z^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

Cộng từng vế các đẳng thức ta có: $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + (z^2 + 2z + 1) = 0$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ y+1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow x = y = z = -1$$

$$\Rightarrow A = x^{2009} + y^{2009} + z^{2009} = (-1)^{2009} + (-1)^{2009} + (-1)^{2009} = -3 \quad \text{Vậy : } A = -3.$$

.....HẾT.....