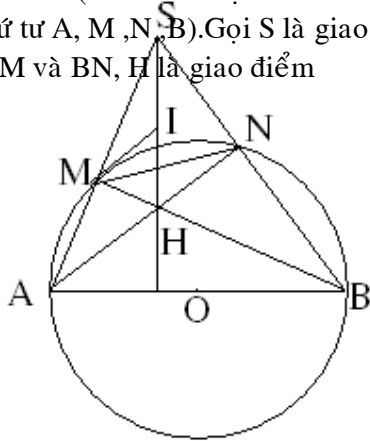


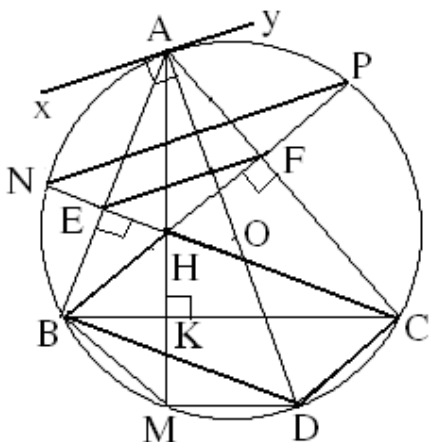
MỘT TRĂM BÀI TOÁN HÌNH HỌC ÔN TẬP TỐT NGHIỆP THCS

Bài 1 : Đường tròn (O,R) có AB là đường kính dây $MN = R$ (M và N thuộc nửa đường tròn theo thứ tự A, M, N, B). Gọi S là giao điểm của AM và BN , H là giao điểm của BM và AN



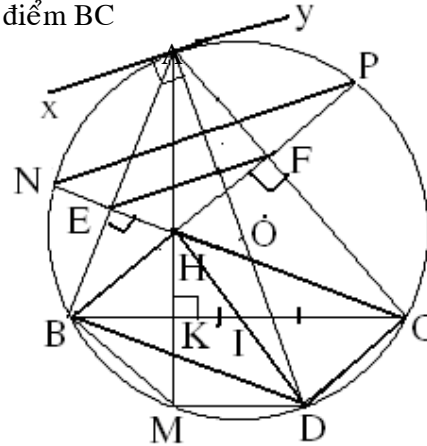
- a) Tính số đo cung MN .
- b) Tính số đo các góc ASB, MHN .
- c) Chứng minh $SMHN$ nội tiếp.
- d) Chứng minh: $SH \perp AB$.
- e) Gọi I là trung điểm SH . Chứng minh IM là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 2 Cho hình vẽ : Biết $\triangle ABC$ nội tiếp (O) có AK, CE, BF là ba đường cao, AD là đường kính của (O) , AK cắt (O) tại M (khác A). xy là tiếp tuyến tại A của (O)



- a) Tìm và chứng minh ba tứ giác có đỉnh là H nội tiếp đường tròn.
- b) Tìm và chứng minh ba tứ giác có cạnh lần lượt là ba cạnh của tam giác ABC nội tiếp đường tròn.
- c) Chứng minh :
 $BH = BM ; \quad HE = NE$
- d) Chứng minh : $EF // NP // xy$.

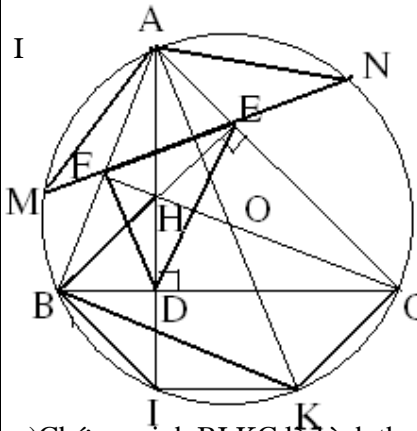
Bài 3 : Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$ có AK, BF, CE là ba đường cao cắt nhau tại H . Gọi I là trung điểm BC



Chứng minh

- a) Nếu M và H đối xứng nhau qua K thì $M \in (O)$.
- b) Nếu D và H đối xứng nhau qua I thì $D \in (O)$.
- c) $OA \perp EF$ (ba cách) và H là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle EKF$.
- d) Tính $R(\triangle BHC)$ theo R .

Bài 4 : Cho hình vẽ : Biết tam giác ABC nội tiếp $(O;R)$ AD, BE là hai đường cao cắt nhau tại H . AK là đường kính, AD cắt đường tròn tại I , Gọi F là giao điểm CH và AB . Đường thẳng EF cắt (O) tại M và N



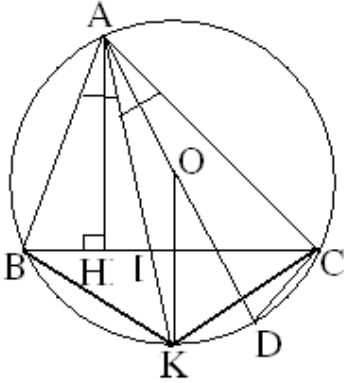
- a) Chứng minh $BIKC$ là hình thang cân.
- b) Chứng minh $BHCK$ là hình bình hành.
- c) Chứng minh
 $AE.AC = AF.AB$

d) Chứng minh BHCD là hình bình hành .

e) Chứng minh BMDC là hình thang cân .

Bài 5 : Cho hình vẽ : Biết tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$) AH ; AK lần lượt là đường cao và phân giác của tam giác ABC , AI cắt đường tròn tại điểm thứ hai là K (K khác A)

a) Chứng minh : $BK = CK$.



b) Chứng minh AK là phân giác của \widehat{OAH}

c) Kẻ đường kính AD của đường tròn (O)

.Chứng minh : $AB.AC = AH.AD$.

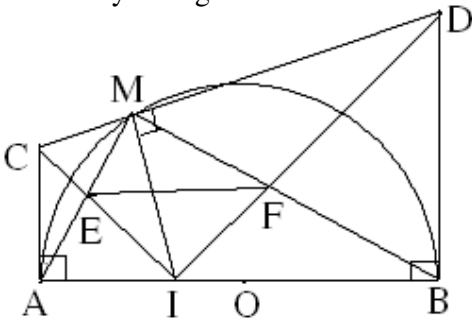
d) Chứng minh : $IA.IK = IB.IC$.

và $AB.KC = AK.BI$.

e) Chứng minh KB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABI.

Bài 6:

Cho đường tròn (O; R) , Với các kí hiệu có trên hình hãy chứng minh:



a) Tứ giác CAIM , BDMI nội tiếp .

b) Tam giác CID vuông .

c) $EF \parallel AB$.

d) Khi M cố định I thay đổi trên AO , tìm vị trí của I để AC .BD lớn nhất .

e) Cho biết khi $OI = \frac{R}{3}$ và $AM = R$.Hãy

tính độ dài đoạn thẳng CD và diện tích tam

CD. $CB = CE .CA$

$AH.AD = AF.AB$

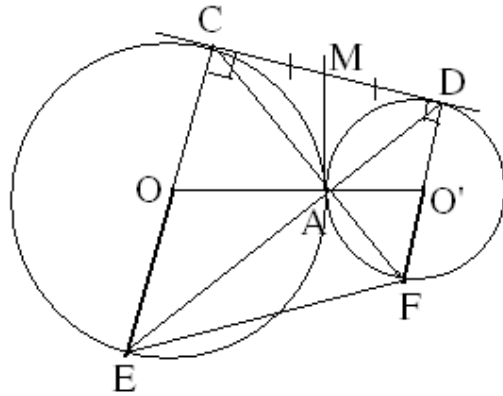
d) Chứng minh $AM = AN$

e) Chứng minh $OA \perp EF$

f) Cho biết : $AC = R\sqrt{3}$. Tính \widehat{FED} và độ dài các đoạn thẳng DF , BH theo R .

g) Tính $DA^2 + DB^2 + DC^2 + DI^2$ theo R .

Bài 7 : Cho hình vẽ : Biết hai đường tròn (O;R) và (O';R') tiếp xúc ngoài tại A .CD là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn ($C \in (O)$, $D \in (O')$)



a) Chứng minh $\triangle CAD$ vuông

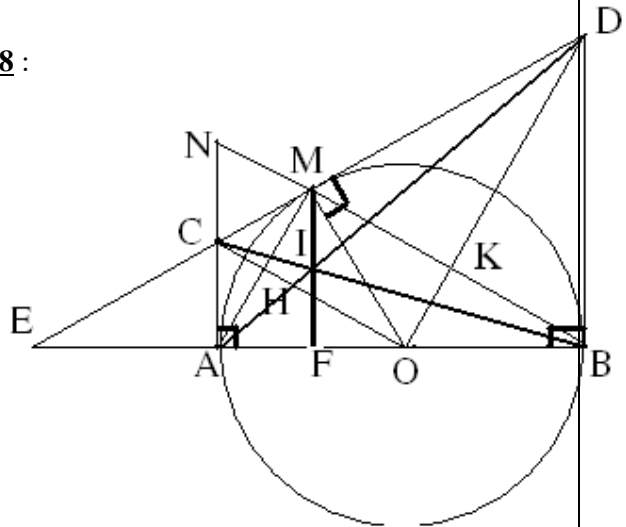
b) Gọi M là trung điểm của CD .Chứng minh MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O') , từ đó suy ra $OM \perp O'M$

c) Các đường thẳng CA và DA lần lượt cắt (O) và (O') ở F và E .Chứng minh C , O , E thẳng hàng và D , O , F thẳng hàng .

d) Tính $CD^2 + EF^2$ theo R và R' .

e) Chứng minh : $S_{\triangle CAD} = S_{\triangle EAF}$

Bài 8 :

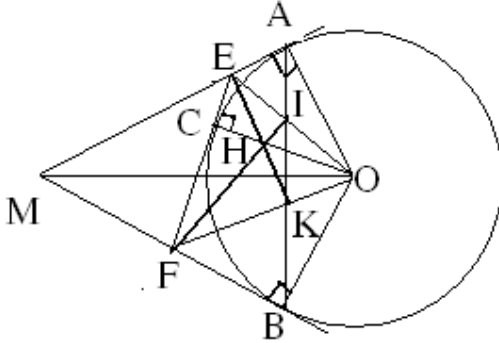


Cho hình vẽ , với các kí hiệu có trên hình chứng minh :

a) $CD = AC + BD$ và $\widehat{C\hat{O}D} = 90^\circ$

giác CID theo R .

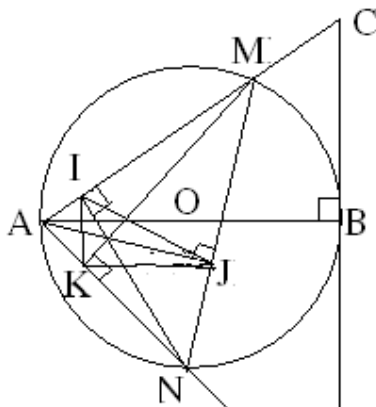
Bài 9 : Cho đường tròn $(O ; R)$ và điểm M sao cho $OM = 2R$. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (O) (A, B thuộc (O)). C là điểm bất kì thuộc cung nhỏ AB . Tiếp tuyến tại C cắt MA và MB lần lượt tại E và F .



- Chứng minh : $EF = EA + FB$.
- Tính chu vi của tam giác MEF theo R .
- Tính $\widehat{E \hat{O} F}$.
- Gọi I và K lần lượt là giao điểm của OE và OF với AB . Chứng minh bốn điểm F , I , O , B cùng thuộc một đường tròn .
- Khi số cung BC bằng 90° , Tính độ dài EF và diện tích tam giác OIK theo R .

Bài 10 : Cho đường tròn $(O ; R)$ có AB là đường kính Trên hai nửa khác nhau của đường tròn ta lấy hai điểm M và N sao cho $AM = R\sqrt{3}$; $AN = R\sqrt{2}$. Các đường thẳng AM và AN cắt tiếp tuyến tại B của đường tròn ở C và D . Chứng minh

- $AM.AC = AN.AD$.
- Tứ giác MNDC nội tiếp .
- Gọi MK , NI , AJ là ba đường cao của tam giác AMN . Tính số đo góc và độ dài các cạnh của tam giác KIJ.



b) $\frac{CM}{CE} = \frac{DM}{DE}$

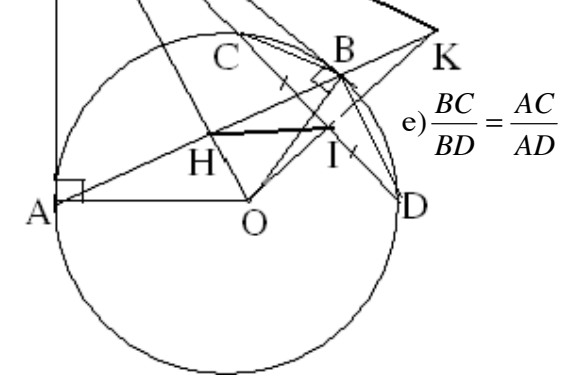
c) $CN = CA$

d) Gọi I là giao điểm của BC và AD , F là giao điểm của MI và AB . Chứng minh $MI \parallel AC$ và I là trung điểm của MF.

e) Chứng minh : AB tiếp xúc đường tròn đường kính CD.

Bài 11 : Cho đường tròn $(O);R$ và điểm M nằm ngoài đường tròn . Qua điểm M vẽ hai tiếp tuyến MA , MB (A và B thuộc (O)) và cát tuyến MCD ($MC < MD$) . Gọi I là trung điểm của CD . Đường thẳng OI cắt đường thẳng AB tại K . Chứng minh

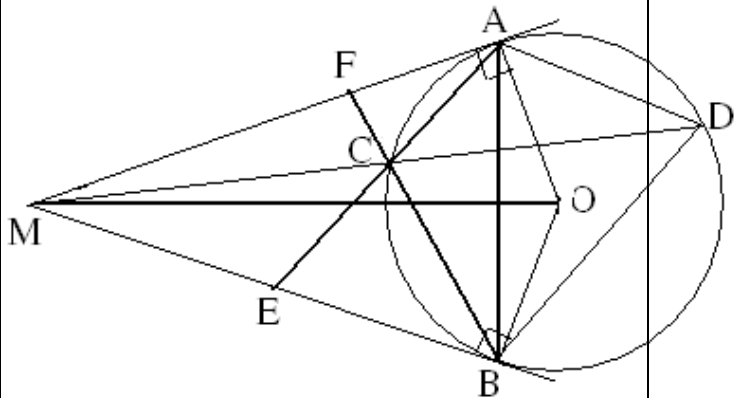
- Các tứ giác MAOB , MHIK nội tiếp đường tròn .
- $OI \cdot OK = R^2$
- $MH \cdot MO = MC \cdot MD$
- $\widehat{CHD} = 2\widehat{CAD}$



e) $\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AD}$

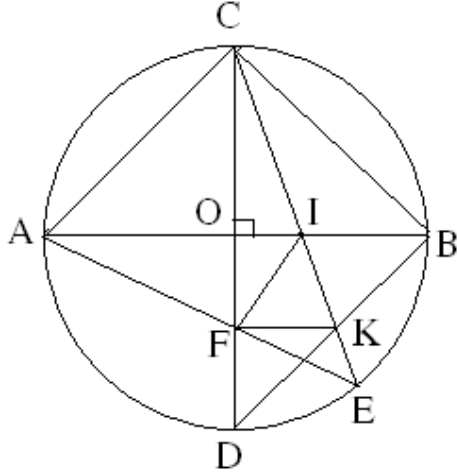
f) Cho biết $OM = 3R$, $CD = R\sqrt{3}$, Tính diện tích tam giác MKC và MK theo R

Bài 12 :



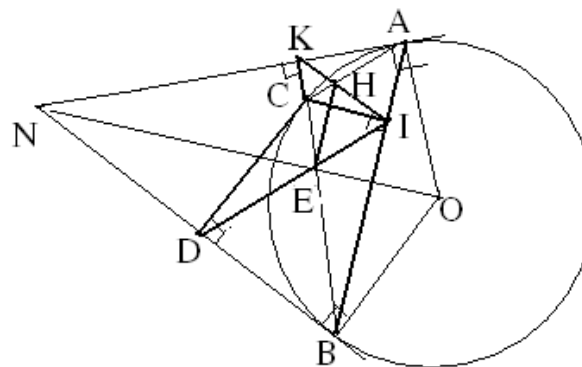
Cho đường tròn (O,R) và điểm M sao cho $OM = 3R$. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA và MB (A và B thuộc (O)) Từ A vẽ dây cung AD song song MB. Đường thẳng MD cắt đường tròn tại điểm thứ

Bài 13 : Cho đường tròn tâm $(O;R)$ có AB và CD là hai đường kính vuông góc nhau. I là một điểm nằm trên OB sao cho $OI = \frac{1}{3}OB$. Đường thẳng CI cắt đường tròn tại E và cắt BD tại K . Đường thẳng AE cắt CD tại F . Chứng minh:



- Tứ giác $OIED$ nội tiếp và tính $CI.CE$ theo R .
- Chứng minh I là trọng tâm của tam giác CBD từ đó tính $KE.KC$ theo R .
- Chứng minh F là trung điểm của OD .
- Tính diện tích của tam giác ACE theo R .
- Trong trường hợp I thay đổi trên OB chứng minh diện tích tứ giác $CAFI$ không đổi.

Bài 14 :



Với hình vẽ trên cho biết : MA và MB là hai tiếp tuyến của (O) , $CI \perp AB$; $CK \perp MA$; $CD \perp MB$

- Tìm và chứng minh bốn tứ giác nội tiếp có trong hình vẽ.
- Chứng minh $CK.CD = CI^2$.
- Gọi H là giao điểm của AC và DE , E là giao điểm BC và ID . Chứng minh tứ giác $CHIE$ nội tiếp.

hai là C khác D . Đường thẳng BC cắt MA tại F , đường thẳng AC cắt MB tại E

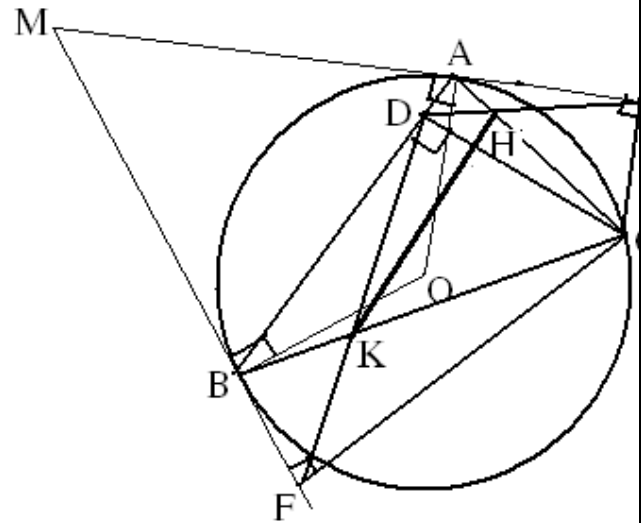
1) Chứng minh :

- Tứ giác $MAOB$ nội tiếp.
- $EB^2 = EC.EA$
- E là trung điểm của MB .
- $BC.MB = MC.AB$
- CF là tia phân giác \widehat{MCA} .

2) Tính diện tích ΔBAD theo R .

3) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và MB .

Bài 15 :



Với hình vẽ trên cho biết : MA và MB là hai tiếp tuyến của (O) , $CD \perp AB$; $CE \perp MA$; $CF \perp MB$

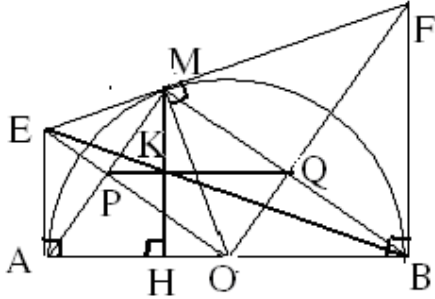
- Tìm và chứng minh bốn tứ giác nội tiếp có trong hình vẽ.
- Chứng minh $CE.CF = CD^2$
- Gọi H là giao điểm của AC và DE , K là giao điểm BC và ED . Chứng minh tứ giác $CHDK$ nội tiếp.
- Chứng minh $KH \parallel AB$.

Bài 16 :

d) Chứng minh $EH \parallel AB$.

e) Chứng minh: $\frac{KI^2}{DI^2} = \frac{CK}{CD}$.

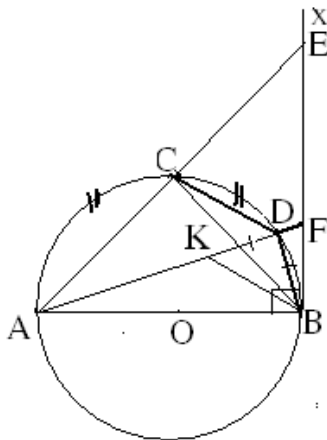
Bài 17: Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB . Từ A, B vẽ hai tiếp tuyến Ax và By . Qua một điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax, By tại E và F .



- Chứng minh tứ giác $AEMO$ nội tiếp.
- AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q . Tứ giác $MPOQ$ là hình gì?
- Chứng minh: $OP \cdot OE = OQ \cdot OF$ và $AE \cdot BF = R^2$
- Kẻ MH vuông góc AB , K là giao điểm MH và EB . So sánh MK và HK .
- Cho $AB = 2R$ và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác EOF . Chứng minh

$$\frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$$

Bài 18: Cho nửa đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB , kẻ tiếp tuyến Bx với nửa đường tròn, C là điểm trên nửa đường tròn sao cho cung AC bằng cung CB . Trên cung CB lấy điểm D tùy ý (D khác C và B). Các tia AC và AD cắt Bx lần lượt tại E và F . Chứng minh:



- Tam giác ABE vuông cân.
- Tứ giác $CEFD$ nội tiếp.
- Khi C di động trên nửa đường tròn, D di động trên cung CB thì $AC \cdot AE = AD \cdot AF$ và có

Cho đường tròn (O, R) và điểm M sao cho $OM = 3R$. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA và MB (A và B thuộc (O)). Gọi E là trung điểm của MB , đường thẳng EA cắt đường tròn tại điểm thứ hai là C khác A . Đường thẳng MC cắt đường tròn tại D khác C , đường thẳng BC cắt MA tại F .

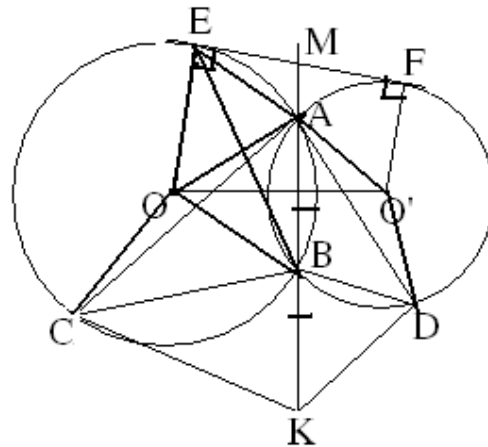
1) Chứng minh:

- Tứ giác $MAOB$ nội tiếp.
- $EB^2 = EC \cdot EA$
- $AD \parallel MB$.
- $BC \cdot MB = MC \cdot AB$
- Tam giác DBA cân.

2) Tính diện tích ΔBAD theo R .

3) Tính khoảng cách từ A đến đường thẳng BD .

Bài 19: Cho hai đường tròn (O, R) và (O', R') cắt nhau tại A và B . Tiếp tuyến tại A của (O') cắt (O) tại C , tiếp tuyến tại A của (O) cắt (O') tại D . Gọi K là điểm đối xứng của A qua B . Chứng minh:



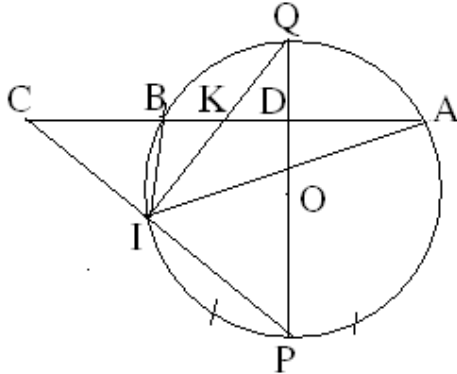
- $\widehat{BOO'} = \widehat{BEA}$
- $AB^2 = BC \cdot BD$ và BK là phân giác góc CBD .
- $ME^2 = MA \cdot MB$ và M là trung điểm của EF .
- Tứ giác $ACKD$ nội tiếp và $\frac{AC}{AD} = \frac{R}{R'}$

Bài 20: Cho hai đường tròn (O, R) và (O', R') cắt nhau tại A và B . Đường kính AC của (O) cắt (O') tại E , đường kính AD của (O') cắt (O) tại F . Gọi M là giao điểm của CF và DE . Chứng minh:

giá trị không đổi .

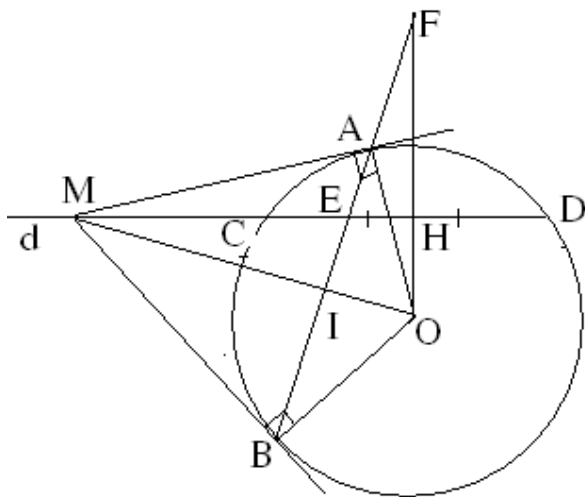
d) Khi Số cung CD bằng 60° và K thuộc tia DA sao cho $DK = DB$. Tính diện tích ΔAKB và chu vi của tứ giác CDFE theo R.

Bài 21 : Cho đường tròn (O) và một dây cung AB . Trên tia AB lấy một điểm C nằm ngoài đường tròn . Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ cắt dây AB tại D . Tia CP cắt đường tròn tại điểm thứ hai I . Các dây AB và QI cắt nhau tại K . Chứng minh



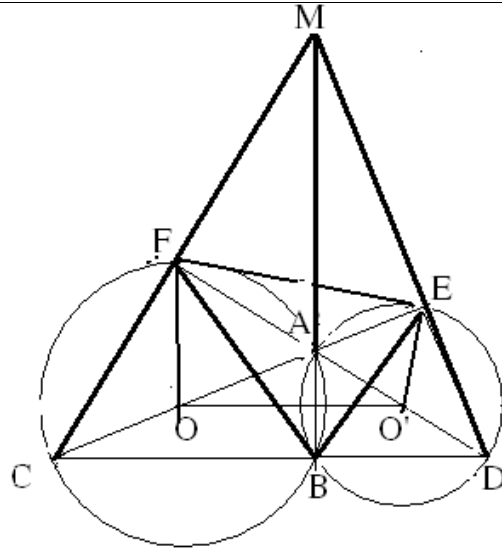
- Tứ giác PDKI nội tiếp .
- $CI.CP = CK.CD$
- IC là tia phân giác của góc ngoài đỉnh I của tam giác AIB.
- Khi A , B , C cố định đường tròn (O) thay đổi nhưng vẫn đi qua A , B thì đường thẳng QI luôn đi qua một điểm cố định .

Bài 22: Cho đường tròn (O;R) và một đường thẳng d cắt (O) tại C và D . Một điểm M di động trên d sao cho $MC < MD$ và ở ngoài đường tròn (O) . Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA và MB . Gọi H là trung điểm của CD và giao của OM , d , OH với AB lần lượt là I , E và F



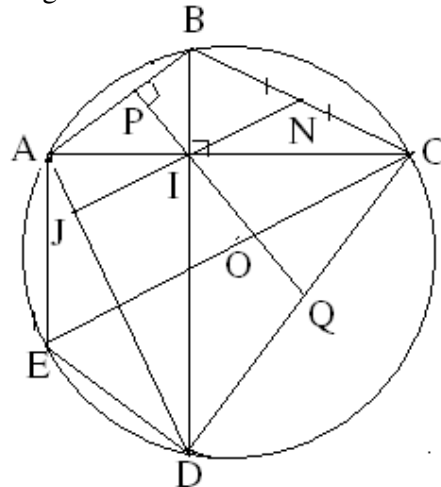
Chứng minh :

- Các tứ giác MIHF ; OHEI nội tiếp .



- C , B , D thẳng hàng và $CD = 2 OO'$
- Các tứ giác AEMF ; CFED, $OO'EF$ nội tiếp .
- M , A , B thẳng hàng và A là tâm đường tròn nội tiếp ΔEBF .
- $CA.CE + DA.DF = CD^2$
- Các tiếp tuyến tại E và F của đường tròn ngoại tiếp tứ giác CFED đồng quy tại một điểm trên MB.

Bài 23: Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O ,R) có hai đường chéo AC và BD vuông góc nhau tại điểm I khác O .Kẻ đường kính CE của (O) .Chứng minh



- $IA.IC = IB.ID$
- Đường thẳng qua I vuông góc AB thì đi qua trung điểm của CD.
- Đường thẳng qua I và trung điểm của BC thì vuông góc AD.
- $AB^2 + CD^2 = 4R^2$ và $AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2 = 8R^2$

Bài 24:

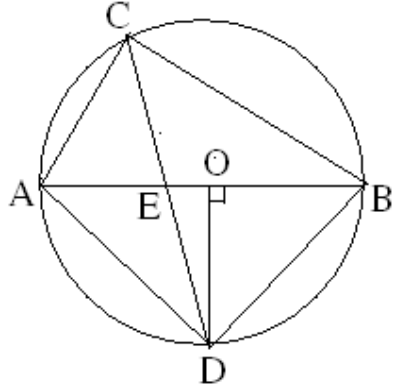
b) $MA^2 = MCMD$ và $MC.MD = MI.MO$

c) $FI \cdot EI = \frac{AB^2}{4}$ và $OH \cdot OF = OI.OM$

d) Đường thẳng AB đi qua điểm cố định .

Bài 25 :

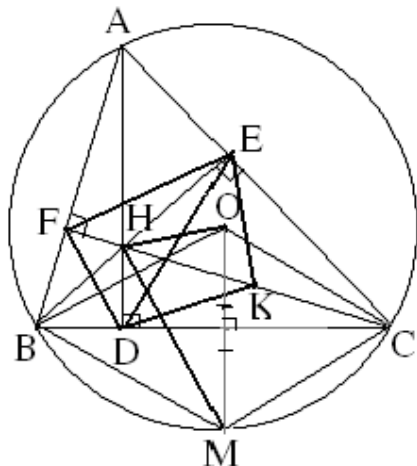
Cho đường tròn (O, R) có AB là đường kính ,C và D là hai điểm nằm trên hai nửa đường tròn khác nhau sao cho $AC = R$ và $OD \perp AB$.Tính



- a) Số đo các góc của tam giác ACE và tam giác ACD
- b) Độ dài các cạnh của tứ giác ACDB theo R
- c) Độ dài các đoạn thẳng AE ,CE , BE , CD theo R .
- d) Diện tích tam các tam giác ACE và CDB.

Bài 26 :

Cho đường tròn (O,R) có OM là bán kính . BC là dây cung trung trực của OM .A là một điểm bất kỳ trên cung lớn BC .Gọi AD , BE , CF là ba đường cao cắt nhau tại H .



- a) Chứng minh tứ giác BOCM là hình thoi .
- b) Tính số đo các góc BAC và BHC .
- c) Chứng minh tam giác MOH cân .
- d) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BHO

24.1 Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $BA = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$.AD , BE , CF là ba đường cao cắt nhau tại H

a) Tính độ dài các đoạn thẳng AD , AC , BE , CF.

b) Tính diện tích; bán kính đường tròn nội tiếp , bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

24.2 Tam giác ABC có $BC = 6\text{cm}$, $B = 60^\circ$, $C = 45^\circ$

a) Tính độ dài đường cao AH của tam giác ABC.

b) Tính AB , AC , diện tích tam giác ABC , bán kính đường tròn ngoại tiếp , bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

24.3 Tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. AK là đường cao

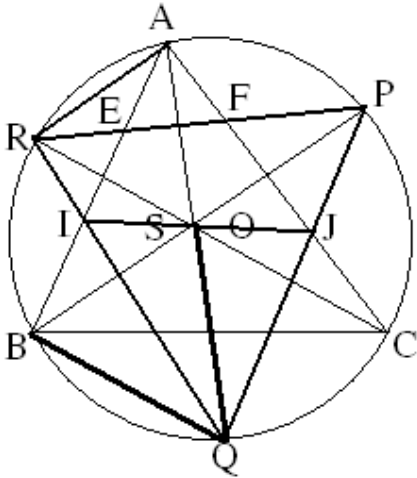
a) Tính BK , CK, AK

b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp , đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

Bài 27 : Cho đường tròn (O,R) và điểm M sao cho $OM = 2R$.Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA và MB với (O) (A , B thuộc (O)) . Đường thẳng MO cắt đường tròn tại C và D ($MC < MD$) .

- e) Gọi K là trung điểm HC .Chứng minh tứ giác EFDK nội tiếp .
 f) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác EFD

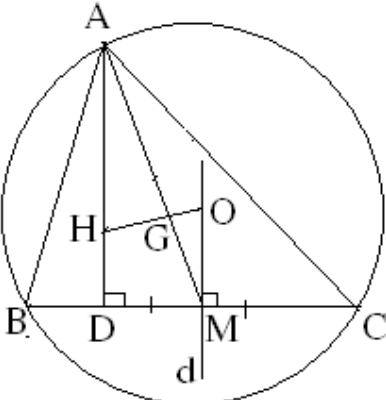
Bài 29 : Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O, R) .Các đường phân giác của tam giác kẻ từ các đỉnh A, B, C đồng quy tại I và lần lượt cắt đường tròn tại Q, P, R .



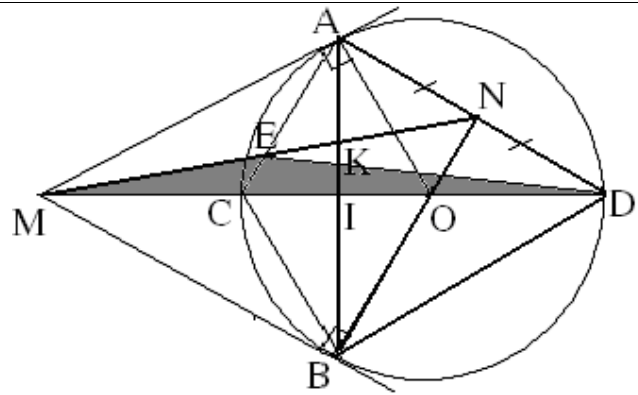
- a) Chứng minh Q cách đều các đỉnh của tam giác BSC.
 b) Gọi E và F lần lượt là giao điểm của RP với AB và AC .Chứng minh AQ vuông góc RP; Điểm S gọi là gì trong tam giác QRP?
 c) Gọi I là giao điểm của RQ và AB, J là giao điểm của PQ và AC Chứng minh tứ giác ARIS nội tiếp .
 d) Chứng minh ba điểm I, S, J thẳng hàng .

Bài 30 :

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp trong đường tròn (O) AD, AM lần lượt là đường cao và trung tuyến của tam giác ABC, d là trung trực của đoạn BC. Chứng minh



- a) Nếu H là giao điểm của AD với đường thẳng nối O và trọng tâm G của tam giác

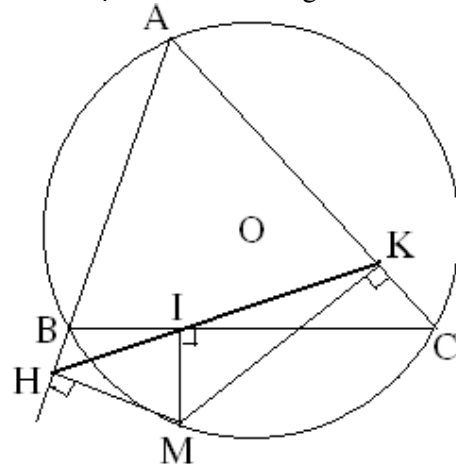


- a) Chứng minh $CA = CB$.
 a) Chứng minh C là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB
 c) Tứ giác ACBO và MADBlà hình gì? Tính diện tích các tứ giác trên theo R.
 d) Gọi N là trung điểm AD ,đường thẳng MN cắt AC tại E .Chứng minh E là trung điểm MN
 e) Tính độ dài MN và diện tích các tam giác MND, MED theo R
 f) Hãy giải lại câu e khi N là giao điểm của tia phân giác góc AMD với AD.

Bài 28 :

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O,R)

M là một điểm trên cung nhỏ BC. Chứng minh:



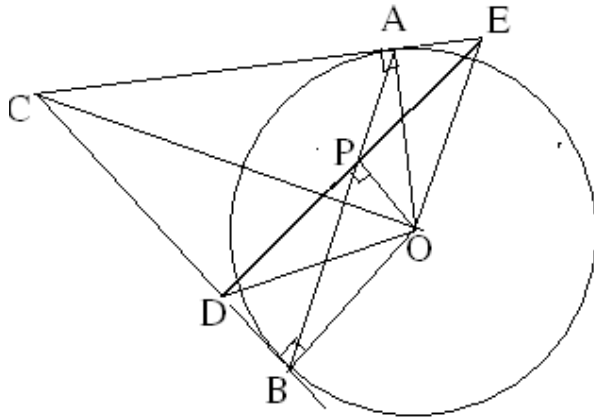
- a) Nếu $MH \perp AB$, $MI \perp BC$ và K là giao điểm của HI và AC thì $MK \perp AC$.
 b) Nếu $MH \perp AB$, $MK \perp AC$ và I là giao điểm của HK và BC thì $MI \perp BC$.
 c) Nếu $MH \perp AB$, $MI \perp BC$ và $MK \perp AC$. thì ba điểm H, I, K thẳng hàng (Đường thẳng IHK nói trên gọi là đường thẳng Simson*).

* Robert Simson(1687-1768) nhà toán học Scotland

- c) Nếu O là giao điểm của d với đường thẳng nối

ABC thì H là trực tâm của tam giác ABC.
 b) Nếu G là giao điểm của AM với đường thẳng nối O và trực tâm H của tam giác ABC thì G là trọng tâm của tam giác ABC

Bài 33 : Cho đường tròn $(O;R)$ và một dây cung AB không qua tâm. Các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) cắt nhau tại C. Gọi P là điểm trên dây AB sao cho $AP = 2BP$. Đường thẳng vuông góc với OP kẻ từ P cắt đường thẳng CA ở E và cắt đường thẳng CB ở D.



1) Chứng minh:

- Các tứ giác OPDB, OPAC nội tiếp.
- P là trung điểm của đoạn thẳng DE.
- $CE \cdot CD = CA^2 - AE^2$

2) Cho biết $AB = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác EOC theo R.

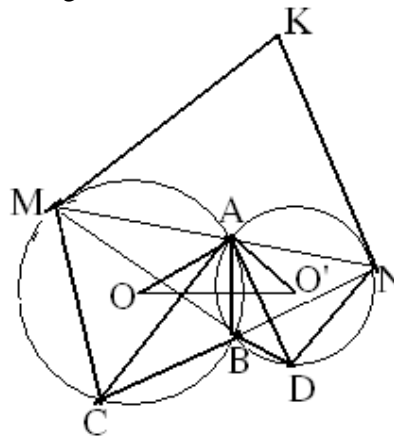
Bài 34 : Cho đường tròn (O, R) , đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Từ một điểm C trên d (C nằm ngoài đường tròn), kẻ hai tiếp tuyến CM và CN (M và N thuộc (O)). Gọi H là trung điểm AB, đường thẳng OH cắt tia CN tại K. Đoạn thẳng CO cắt (O) tại I. Chứng minh:

trực tâm H và trọng tâm G của tam giác ABC thì O là tâm của (ABC) .

d) Với H, G lần lượt là trực tâm, trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh O, H, G thẳng hàng.

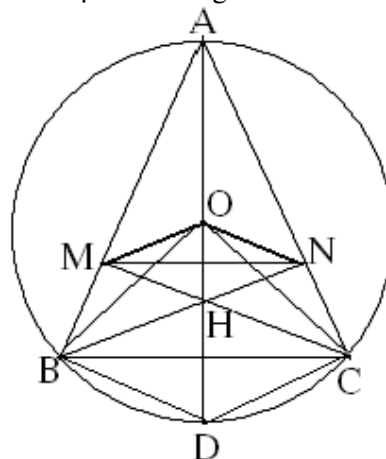
Bài 31: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B (Tâm đường tròn này nằm ngoài đường tròn kia). Qua A vẽ một cát tuyến thay đổi MN ($M \in (O), N \in (O')$). Hai tiếp tuyến tại M và N của hai đường tròn cắt nhau tại K. Hai tiếp tuyến tại A của (O) và (O') lần lượt cắt (O') và (O) tại D và C.

Chứng minh:

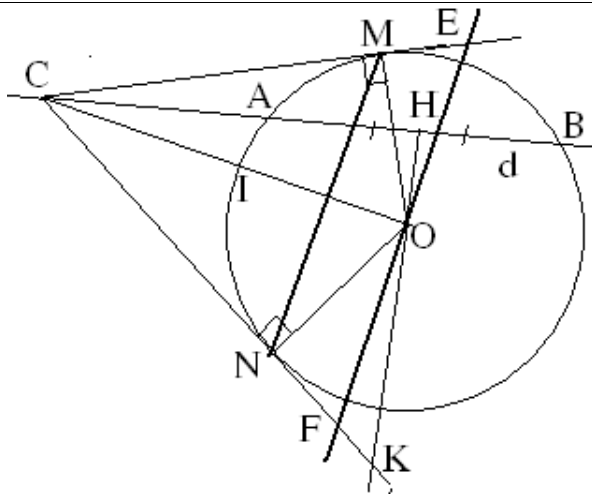


- $\triangle BMN$ và $\triangle AOO'$ đồng dạng.
- Số đo các góc MBN, ABC, AND không thay đổi.
- Tứ giác KMBN nội tiếp và số đo góc MKN không đổi.
- Tìm vị trí của cát tuyến MN để MN lớn nhất

Bài 32 : Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp (O, R) và $\hat{A} = 45^\circ$. BM và CN là hai đường cao cắt nhau tại H. Chứng minh:



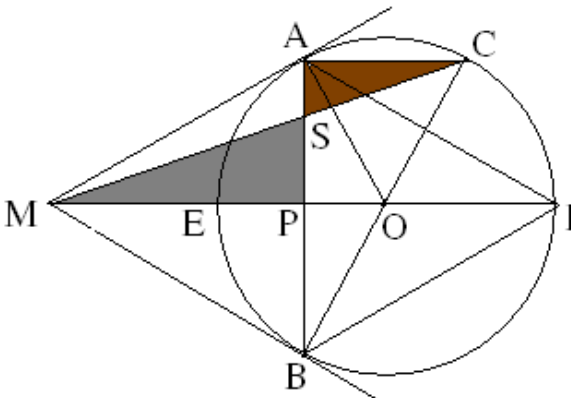
- $BM = CN$, $MN \parallel BC$, $AH = BC$
- Năm điểm B, C, N, O, M cùng thuộc một đường tròn.
- $MN \cdot \sqrt{2} = BC$



- 1) C,O,H,N cùng thuộc một đường tròn.
- 2) $KN.KC = KH.KO$
- 3) I cách đều CM, CN, MN
- 4) Một đường thẳng qua O song song MN cắt tia CM và CN tại E và F. Xác định vị trí C trên d để diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

Bài 37: Cho đường tròn (O,R) , M là một điểm sao cho $OM = 2R$. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA và MB (A, B thuộc (O)). Đường thẳng MO cắt đường tròn tại E và F ($ME < MF$).

1) Chứng minh :



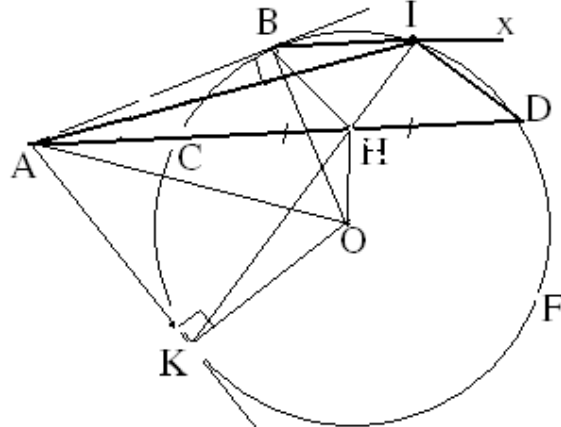
- a) MO là trung trực của đoạn thẳng AB và E cách đều ba cạnh của tam giác MAB.
- b) Tam giác MAB đều. Tính diện tích ΔMAB .
- c) $MA = AF$ và tứ giác MAFB là hình thoi.
- 2) Gọi C là điểm đối xứng của B qua O. Đường thẳng MC cắt AB tại S. Chứng minh diện tích hình tròn ngoại tiếp ΔMBS gấp ba lần diện tích hình tròn ngoại tiếp ΔASC .

Bài 38.1: Cho đường tròn (O,R) , M là một điểm sao cho $OM = 3R$. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MA và MB (A, B thuộc (O)). Tia

d) Các tứ giác BMON, MONH, BHCD là hình gì?

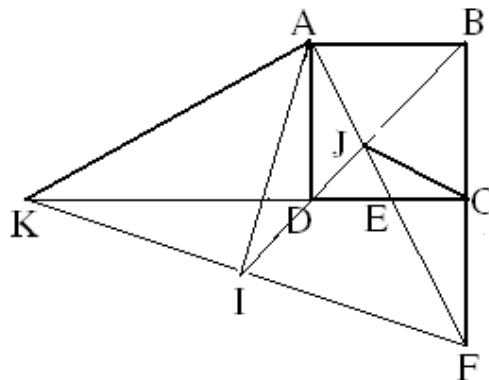
e) Tính độ dài các đoạn thẳng BD, AB theo R.

Bài 35: Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A vẽ tiếp tuyến AB và cát tuyến ACD (nằm giữa A và D)



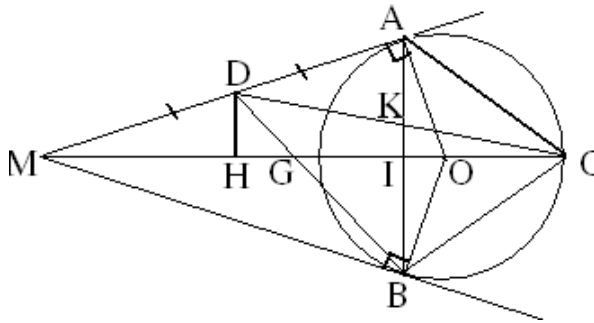
- 1) Chứng minh $AB^2 = AC.AD$.
- 2) Gọi H là trung điểm CD. Chứng minh tứ giác ABOE có bốn điểm cùng thuộc một đường tròn.
- 3) Vẽ tia Bx // CD cắt (O) tại I, IE cắt (O) tại K. Chứng minh AK là tiếp tuyến của (O) .
- 4) Đường thẳng BH cắt (O) tại F. Chứng minh $KF // CD$.
- 5) Tìm vị trí của cát tuyến ACD để diện tích tam giác AID lớn nhất.

Bài 36.1: Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh là a. Gọi E là trung điểm CD, đường thẳng AE cắt BC tại F. Tia vuông góc với AE tại A cắt CD tại K.



- 1) Chứng minh tứ giác KACF nội tiếp đường tròn. Xác định tâm I.
- 2) Chứng minh tam giác KAF vuông cân và ba điểm B, D, I thẳng hàng.
- 3) BI cắt AE tại J. Chứng minh tứ giác IJCF nội tiếp.

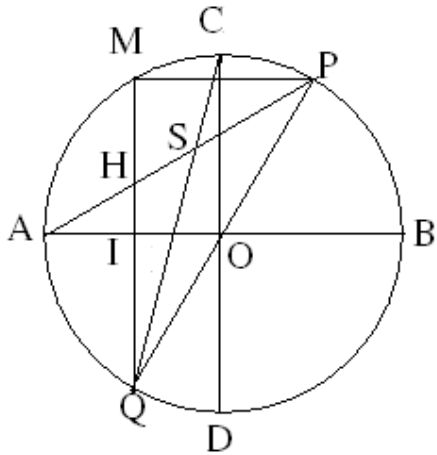
đối của tia MO cắt đường tròn tại C. Gọi D là trung điểm MA, đường thẳng MO lần lượt cắt AB và BD tại I và G. Tính



- 1) Độ dài các cạnh của tam giác MAB
- 2) Độ dài cạnh CA.
- 3) Độ dài đoạn thẳng CD và diện tích các tam giác MDC, DGC, DBC
- 4) Tỷ số diện tích hai tam giác DAK và BCK (Với K là giao điểm CD và AB)

Bài 38.2: Xác định các góc B và C của tam giác vuông ở A biết $BC=2$ và diện tích tam giác ABC là $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Bài 41: Cho hai đường tròn tâm O, hai đường kính AB và CD vuông góc nhau, gọi I là trung điểm của OA. Qua I vẽ dây cung MQ vuông góc với OA ($M \in \text{cung}AC, Q \in \text{cung}AD$). Đường thẳng vuông góc MQ tại M cắt đường tròn (O) tại P.

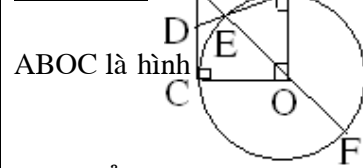


- 1) Chứng minh rằng :
 - a) Tứ giác PMIO là hình thang vuông.
 - b) Các điểm P, O, Q thẳng hàng.
- 2) Gọi S là giao điểm của AP và CQ. Tính số đo góc CSP.
- 3) Gọi H là giao điểm của AP và MQ. Chứng minh rằng :
 - a) $MH.MQ = MP^2$

4) Tính diện tích tam giác BJC theo a.

5) Tính chu vi tứ giác IDEF theo a

Bài 36.2: Cho hình vẽ :



ABOC là hình
đoạn thẳng
bán kính

Cho hình vẽ :

a) Chứng minh

vuông

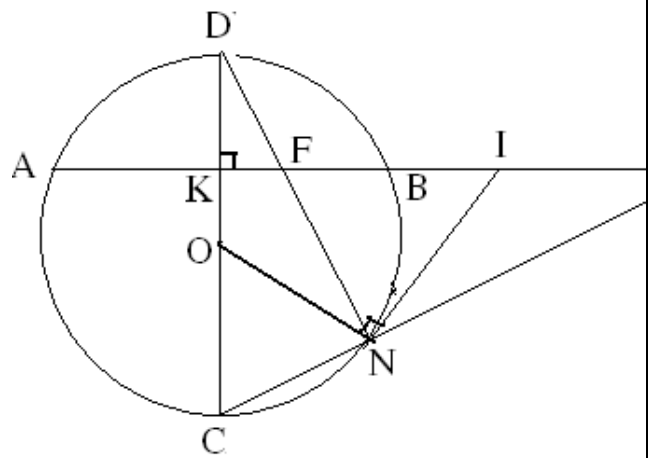
b) Tính độ dài các

BD, BE, BF theo

R của đường tròn

(O)

Bài 39: Cho đường tròn (O) và một dây cung AB không đi qua tâm. Vẽ đường kính CD tại K ($D \in \text{cung} \text{nhỏ} AB$). Trên cung nhỏ BC lấy điểm N (N khác B và C). DN và KB cắt nhau tại F, CN và AB kéo dài cắt nhau tại E.



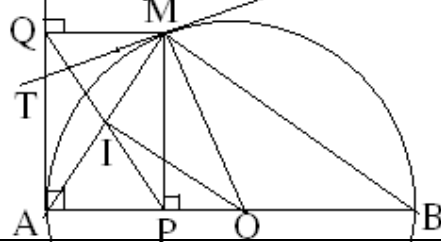
a) Chứng minh tứ giác KFNC nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh $DF.DN = DK.DC$.

c) Tiếp tuyến tại N của đường tròn (O) cắt đường thẳng AB tại I. Chứng minh $IE = IF$.

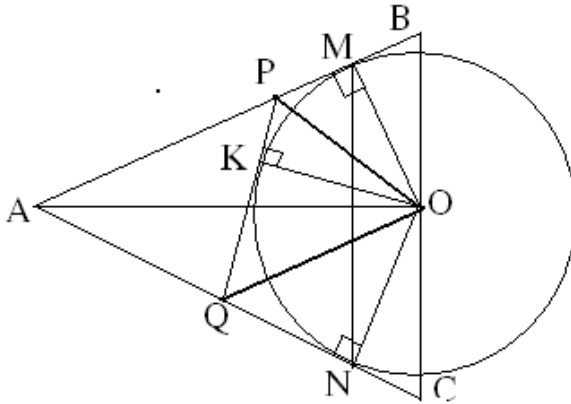
d) Chứng minh $\frac{EB}{FB} = \frac{KE}{KA}$

Bài 40.1: Cho đường tròn (O, 5cm) có AB là đường kính (d) là tiếp tuyến tại A. Gọi M là điểm trên (O) và P, Q lần lượt là hình chiếu của M trên AB và (d), I là trung điểm của PQ.



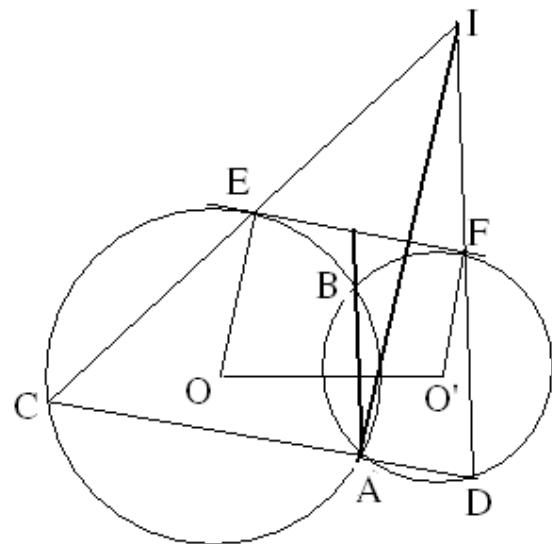
b) MP là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác QHP.

Bài 42: Cho đường tròn $(O; R)$, điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Kẻ tiếp tuyến AM, AN; đường thẳng chứa đường kính, song song với MN cắt AM, AN lần lượt tại B và C. Chứng minh:



- Tứ giác MNCB là hình thang cân.
- $MA \cdot MB = R^2$.
- K thuộc cung nhỏ MN. Kẻ tiếp tuyến tại K cắt AM, AN lần lượt tại P và Q. Chứng minh: $BP \cdot CQ = BC^2/4$.
- Cho biết: $OA = 2R$, Tính S_{MBCN} theo R.

Bài 45: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B, tiếp tuyến chung với hai đường tròn (O) và (O') về phía nửa mặt phẳng bờ OO' chứa điểm B, có tiếp điểm thứ tự là E và F. Qua A kẻ cát tuyến song song với EF cắt đường tròn (O) , (O') thứ tự tại C, D. Đường thẳng CE và đường thẳng DF cắt nhau tại I.

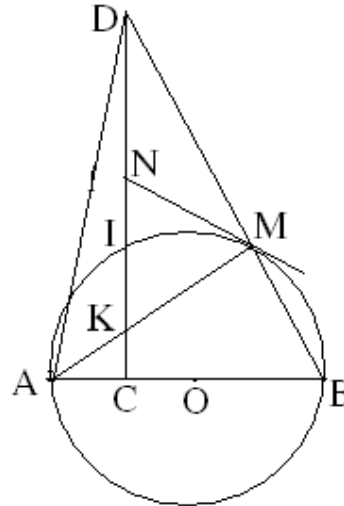


- Chứng minh IA vuông góc với CD.
- Chứng minh tứ giác IEBF là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm của EF.

- Chứng minh tam giác AIO vuông.
- Tiếp tuyến tại M cắt đường thẳng (d) ở T. Chứng minh MA là phân giác của hai góc QMO và TMP.
- Chứng minh các cặp tam giác AIQ, ATM và AIP, AOM đồng dạng.
- Tính độ dài các đoạn AQ, AI, AP biết $AT = 10$ cm

Bài 40.2: Xác định các góc B và C của tam giác vuông ở A biết $BC = \sqrt{2}$ và đường cao $AH = \frac{\sqrt{2}}{2}$

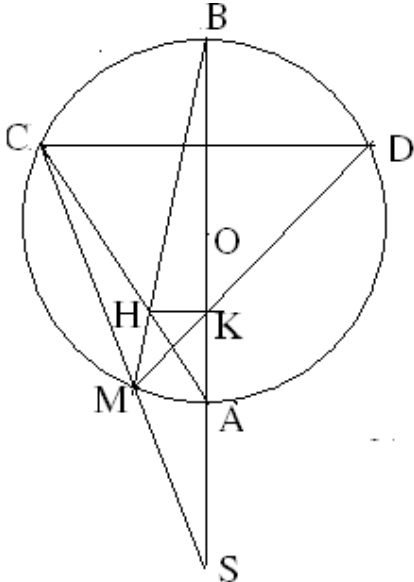
Bài 43: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. C là trung điểm của đoạn thẳng AO, đường thẳng Cx vuông góc với đường thẳng AB, Cx cắt nửa đường tròn trên tại I, K là một điểm bất kì nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C; K khác I), tia AK cắt nửa đường tròn đã cho tại M. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tâm O tại điểm M cắt Cx tại N, tia BM cắt Cx tại D.



- Chứng minh rằng bốn điểm A, C, M, D cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh ΔMNK cân.
- Tính diện tích ΔABD khi K là trung điểm của đoạn thẳng CI.
- Chứng minh rằng: Khi K di động trên đoạn thẳng CI thì tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔAKD nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 44: Cho đường tròn (O) , một đường kính AB cố định, một điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = 2/3AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN, sao cho C không

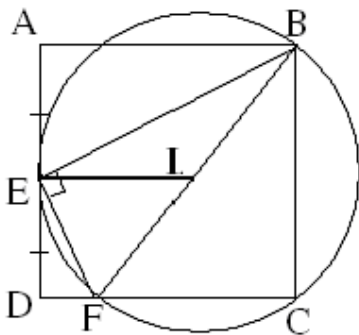
Bài 46 : Cho đường tròn tâm O bán kính R, hai điểm C và D thuộc đường tròn, B là trung điểm của cung nhỏ CD. Kẻ đường kính BA ; trên tia đối của tia AB lấy điểm S, nối S với C cắt (O) tại M ; MD cắt AB tại K ; MB cắt AC tại H.



- Chứng minh $\angle BMD = \angle BAC$, từ đó suy ra tứ giác AMHK nội tiếp.
- Chứng minh : $HK \parallel CD$.
- Chứng minh : $OK \cdot OS = R^2$.

Bài 49 (Đề thi tốt nghiệp 04 -05 - Đà Nẵng)

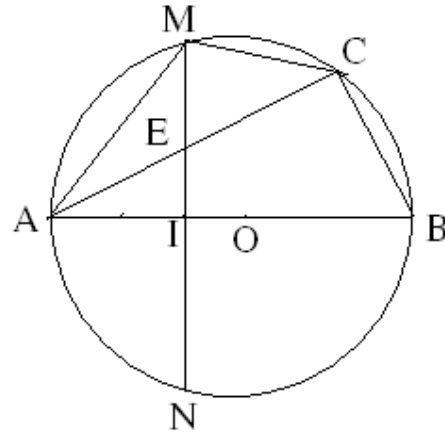
Cho hình vuông ABCD ,gọi E là trung điểm của AD .Nối B với E .Đường thẳng qua E vuông góc với EB cắt CD tại F . Chứng minh :



- Tứ giác CBEF nội tiếp được trong một đường tròn .Xác định tâm I của đường tròn đó .
- ED là tiếp tuyến của đường tròn tâm I
- $BE = 2 EF$.
- FE là phân giác của góc DFB .

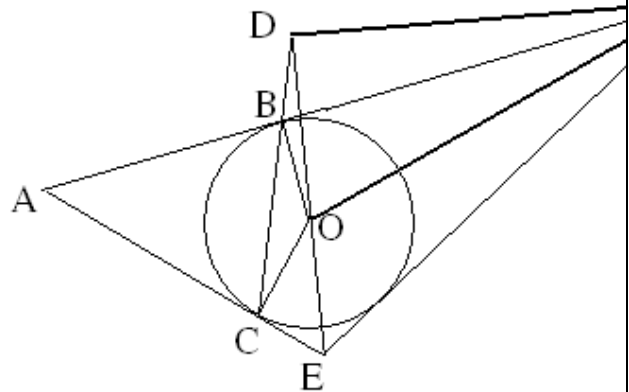
Bài 50 : (Đề thi tốt nghiệp 04 -05 - Hà

trung với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.



- Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp được trong đường tròn.
- Chứng minh $\triangle AME$ đồng dạng với $\triangle ACM$ và $AM^2 = AE \cdot AC$.
- Chứng minh $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI^2$.
- Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Bài 47: Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên tia đối của tia BC lấy điểm D. Gọi E là giao điểm của DO và AC. Qua E vẽ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (O), tiếp tuyến này cắt đường thẳng AB ở K.

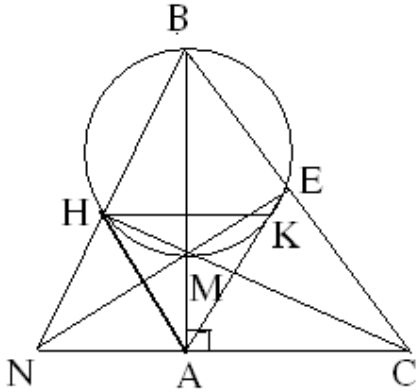


Chứng minh bốn điểm D, B, O, K cùng thuộc một đường tròn.

Bài 48. 1 : Cho tam giác ABC vuông tại A có M là trung điểm của BC. Có hai đường thẳng lưu động và vuông góc với nhau tại M cắt các đoạn AB và AC lần lượt tại D và E. Xác định các vị trí của D và E để diện tích tam giác DME đạt giá trị nhỏ nhất.

nội)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý nằm giữa A và B. Đường tròn đường kính BM cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng CM và AE lần lượt cắt đường tròn tại các điểm thứ hai là H và K



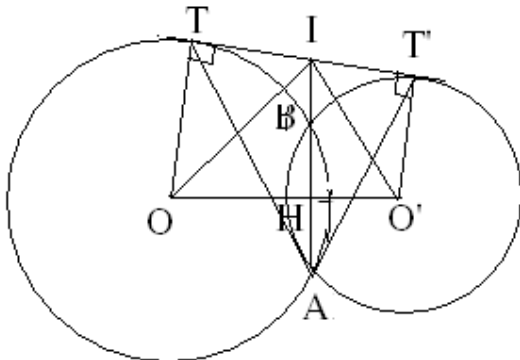
1) Chứng minh :

- Tứ giác AMEC là tứ giác nội tiếp
- Góc ACM bằng góc KHM.
- Các đường thẳng BH, EM, và AC đồng qui.

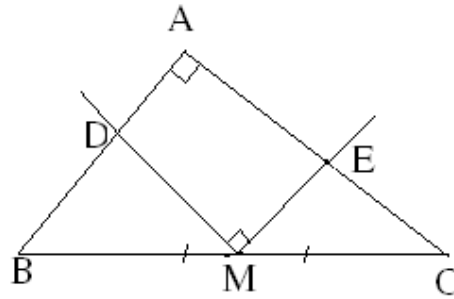
2) Giả sử $AC < AB$, hãy xác định vị trí của M để tứ giác AHBC là hình thang cân.

Bài 53: (Phỏng theo bài tập báo Toán học và tuổi trẻ)

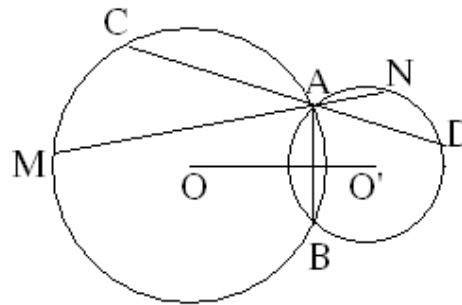
Gọi A và B là các giao điểm của hai đường tròn (O, R) và (O', R') . Trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng OO' và có chứa điểm B vẽ TT' là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (T thuộc (O) và T' thuộc (O')). Gọi I là giao điểm của AB và TT' . Chứng minh



- OO' vuông góc AB.
- $IT^2 = IB \cdot IA$ suy ra I là trung điểm



Bài 48.2: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau ở hai điểm A và B. Qua A vẽ hai đường thẳng (d) và (d') , đường thẳng (d) cắt (O) tại C và cắt (O') tại D, đường thẳng (d') cắt (O) tại M và cắt (O') tại N sao cho AB là phân giác của góc MAD.

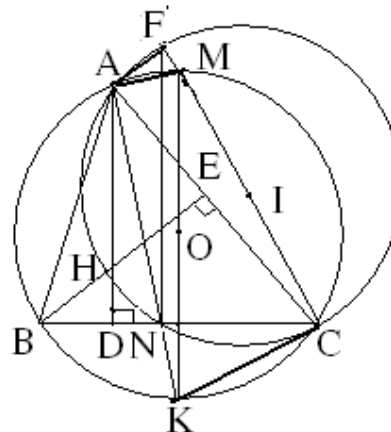


Chứng minh rằng $CD = MN$.

Bài 51:

(Đề thi tốt nghiệp 04 -05 - Thành phố Hồ Chí Minh)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O, R) , hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H ($D \in BC, E \in AC, AB < AC$)



- Chứng minh AEDB và CDHE là các tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $CE \cdot CA = CD \cdot CB$
 $DB \cdot DC = DH \cdot DA$
- Chứng minh OC vuông góc DE.

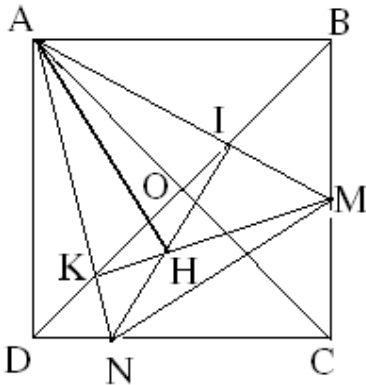
TT'

$$3) S_{OIO'} = \frac{1}{2} S_{OO'T'T}$$

4) B là trọng tâm của tam giác ATT' khi
và chỉ khi $OO' = \frac{\sqrt{3}}{2} (R + R')$

Bài 54: (Phỏng theo bài tập báo Toán học và tuổi trẻ)

Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC và CD lấy hai điểm tương ứng M và N sao cho $\widehat{M\hat{A}N} = 45^\circ$, BD cắt AM và AN tại I và K. Chứng minh



1). Chứng minh

a) Tứ giác AIND nội tiếp đường tròn suy ra $NI \perp AM$

b) $AK \cdot AN = AI \cdot AM$

2) Gọi H là giao điểm của NI và MK. Tính

$$\frac{KI}{AH}$$

3) Chứng minh $S_{\Delta CIK} = S_{MNIK}$

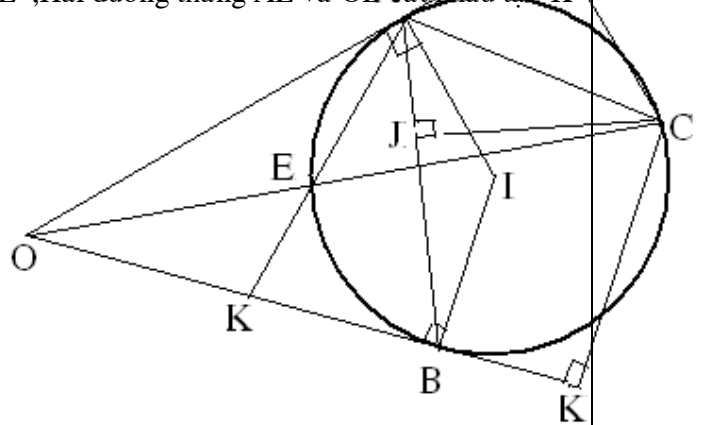
Bài 57: (Đề thi HSG 03 -04- Tỉnh Thừa Thiên - Huế - Vòng 1)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, gọi M là trung điểm của cạnh BC, H là trực tâm tam giác ABC và K là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC.

d) Đường phân giác trong AN của góc A của tam giác ABC cắt BC tại N và cắt đường tròn (O) tại K khác A. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CAN. Chứng minh KO và CI cắt nhau tại một điểm thuộc đường tròn (O)

Bài 52: (Đề thi lớp 10 02-03 - Hải phòng)

Một đường tròn tiếp xúc với hai cạnh Ox và Oy của góc xOy lần lượt tại A và B. Từ điểm A vẽ đường thẳng song song với OB cắt đường tròn đã cho tại điểm thứ hai là C. Tia OC cắt đường tròn tại E. Hai đường thẳng AE và OB cắt nhau tại K.

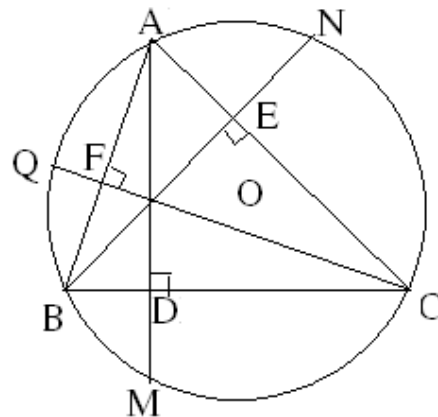


1) Chứng minh $OK = KB$ và $\frac{EB}{EA} = \frac{CB}{CA}$

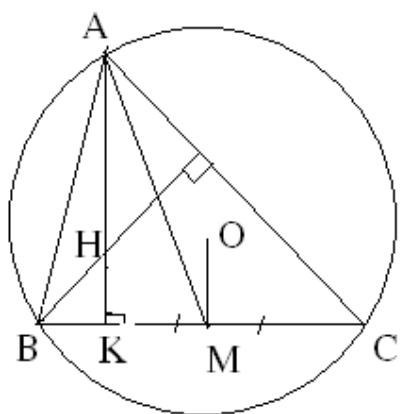
2) Gọi a, b, c thứ tự là khoảng cách từ C đến AB, OB

OA. Chứng minh $a^2 = bc$

Bài 55.1 Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) và AD, BE, CF lần lượt là ba đường cao của tam giác ABC. Gọi M, N, Q lần lượt là giao điểm của AD, BE, CF với đường tròn (O)



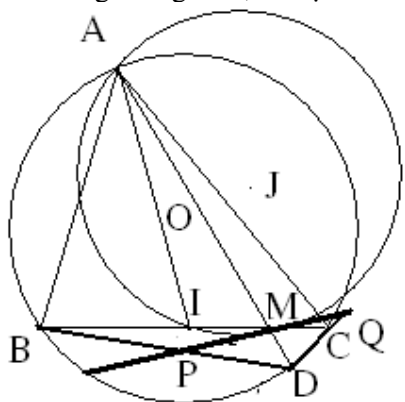
Chứng minh rằng: $\frac{AM}{AD} + \frac{BN}{BE} + \frac{CQ}{CF} = 4$



Tính độ dài AK và diện tích tam giác ABC biết rằng $OM = HK = \frac{1}{4} KM$ và $AM = 30\text{cm}$.

Bài 58: (Đề thi HSG 03 -04- Tỉnh Thừa Thiên – Huế - Vòng 2)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , gọi I là trung điểm của cạnh BC ,M là điểm trên đoạn CI (M khác C và D) ,đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại D .Tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMI tại M cắt các đường thẳng BD ,DC tại P và Q .



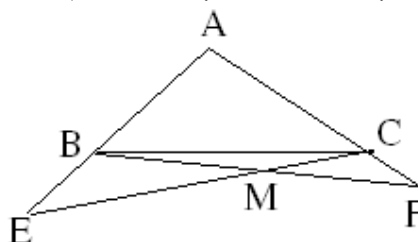
1) Chứng minh $DM \cdot IA = MP \cdot IB$

2) Tính tỉ số $\frac{MP}{MQ}$

Bài 61: (Đề thi tuyển vào lớp 10 , 95 -96 Thành phố Hồ Chí Minh)

Cho hình vuông ABCD cố định cạnh a .Điểm E di chuyển trên cạnh CD ($E \neq D$) Đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F ,đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K .

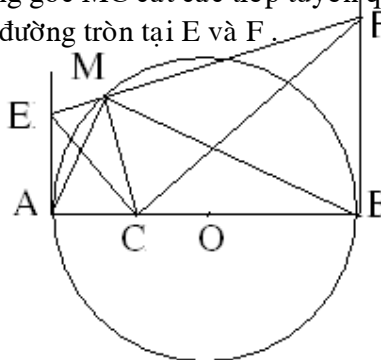
BÀI 55.2 Chop tam giác ABC .Trên các tia đối của tia BA và CA lấy các điểm E và F (khác B và C)theo thứ tự .BF cắt CE tại điểm M .



Chứng minh: $\frac{MB}{MF} + \frac{MC}{ME} \geq 2\sqrt{\frac{AB \cdot AC}{AF \cdot AE}}$ Khi

nào dấu “= “xảy ra

Bài 56: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và một điểm C thuộc đoạn AB ,M là một điểm trên nửa đường tròn .Đường thẳng qua M vuông góc MC cắt các tiếp tuyến qua A và B của nửa đường tròn tại E và F .

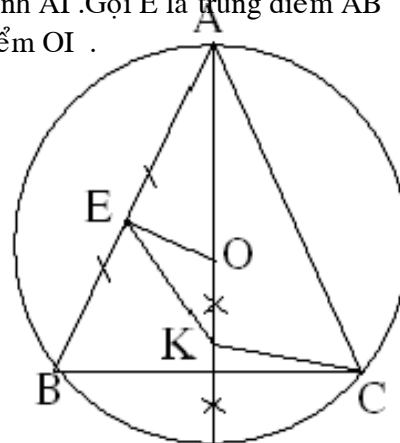


1) Khi M cố định ,C di động .Tìm vị trí của C để $AE \cdot BF$ lớn nhất .

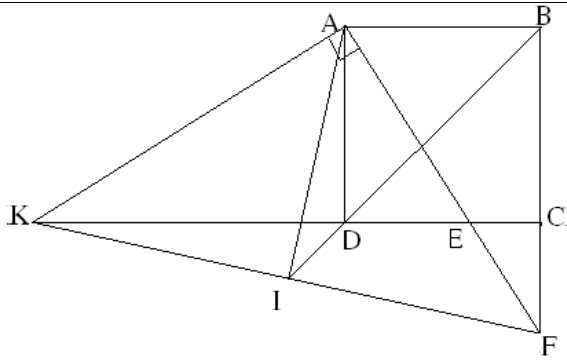
2) Khi C cố định ,M di động .Tìm vị trí của M để $S_{\Delta CEF}$ lớn nhất .

Bài 59(Đề thi HSG 03 -04 - Thành phố Hồ Chí Minh)

Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O ,đường kính AI .Gọi E là trung điểm AB và K là trung điểm OI .

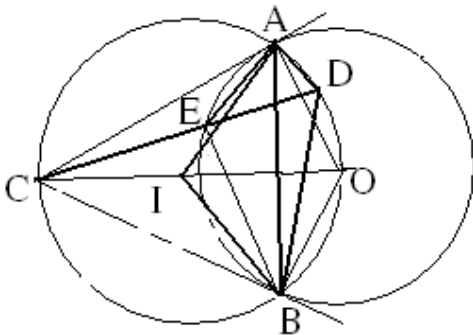


Chứng minh tứ giác AEKC nội tiếp đường tròn .



- 1) Chứng minh $\Delta ABF = \Delta ADK$, suy ra ΔAKF vuông cân
- 2) Gọi I là trung điểm của FK. Chứng minh I là tâm đường tròn qua A, C, F, K và I di chuyển trên một đường thẳng cố định khi E di động trên CD.
- 3) Chứng minh tứ giác ABFI nội tiếp được.
- 4) Cho $DE = x$ ($0 < x \leq a$). Tính độ dài các cạnh của ΔAEK theo a và x.
- 5) Hãy chỉ ra vị trí của E để EK ngắn nhất.

Bài 62: (Đề thi tuyển vào lớp 10, 02 - 03 trường Lê Quý Đôn, Đà Nẵng)
 Cho đường tròn tâm O và một dây cung AB của đường tròn đó. Các tiếp tuyến vẽ từ A và B của đường tròn cắt nhau tại C. Kẻ dây CD của đường tròn tâm I có đường kính OC. (D khác A và B). CD cắt cung AB của đường tròn (O) tại E (E nằm giữa C và D). Chứng minh:

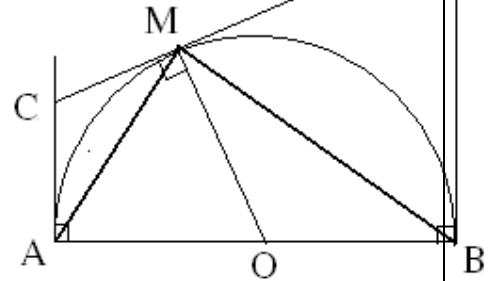


- 1) $\widehat{BED} = \widehat{DAE}$ và $DE^2 = DA \cdot DB$
- 2) Gọi S là diện tích tứ giác AIOB. Chứng minh

$$OI + AB \geq 2\sqrt{2S}$$

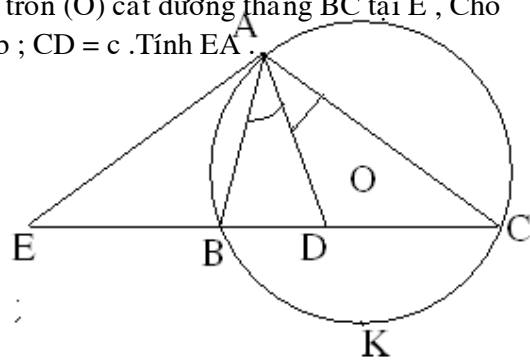
Bài 65: Cho ΔABC với $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác và tiếp xúc với BC, AC, AB lần lượt tại

Bài 60.1: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$, M là một điểm trên nửa đường tròn (khác A và B). Tiếp tuyến của (O) tại M cắt các tiếp tuyến tại A và B của nửa đường tròn (O) tại C và D



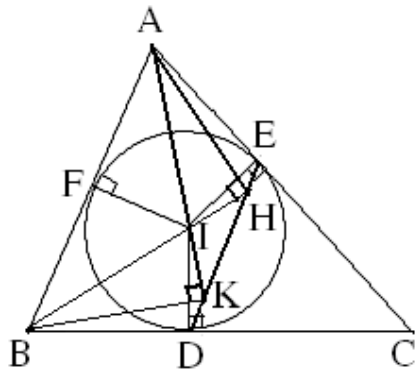
- 1) Tìm giá trị nhỏ nhất của:
 - a) Độ dài đoạn thẳng CD và diện tích tam giác COD.
 - b) Diện tích và chu vi tứ giác ACDB.
 - c) Tổng diện tích của tam giác ACM và BDM
- 2) Tìm giá trị lớn nhất của:
 - a) Diện tích và chu vi tam giác MAB.
 - b) Tích MA.MB

Bài 60.2: (Đề thi tuyển vào lớp 10, 02 - 03 trường Trần Đại Nghĩa TP Hồ Chí Minh)
 Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp (O, R), AD là phân giác trong. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại E, Cho $BD = b$; $CD = c$. Tính EA



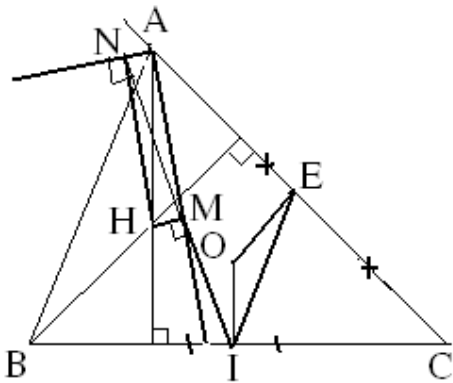
Bài 63: Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn (O), AA' và BB' là hai đường cao. Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C. Hạ $AM \perp d$, $BN \perp d$, $A'H \perp d$, $B'K \perp d$.

D, E, F. Vẽ
 $BK \perp AI$ tại K và $AH \perp BI$ tại H.



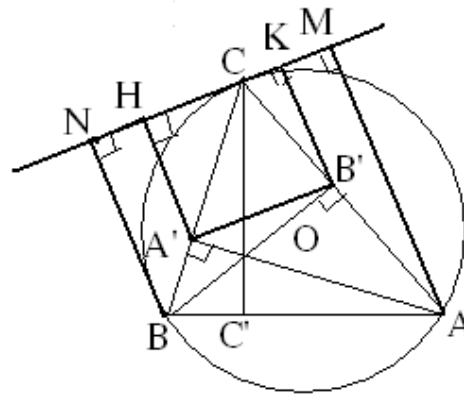
- 1) Tính AF, DC, BD theo a, b, c.
- 2) Chứng minh tứ giác AEHI nội tiếp.
- 3) Bốn điểm E, H, K, D thẳng hàng.

Bài 66: Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác, M và N lần lượt là hình chiếu của H lên phân giác trong và phân giác ngoài của góc A trong tam giác ABC.



- 1) Chứng minh MN đi qua trung điểm S của AH.
- 2) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, còn I, E lần lượt là trung điểm của BC và AC. Chứng minh tam giác OIE đồng dạng với tam giác AHB.
- 3) Chứng minh ba điểm M, I, N thẳng hàng.
- 4) Chứng minh $OI = \frac{1}{2} AH$.

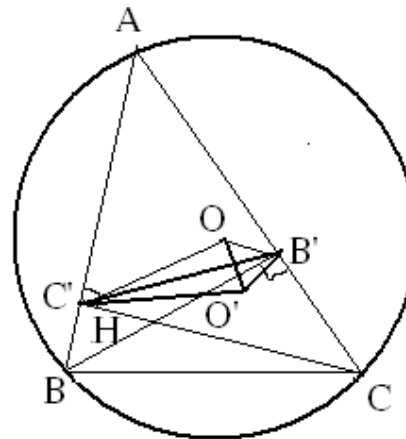
Bài 69: Từ một điểm ở ngoài đường tròn, vẽ hai tiếp tuyến IA và IB đến (O). Gọi M là



Chứng minh: $A'H = B'K$ và $MH = NK$

Bài 64.1: Cho tam giác ABC có góc $A = 45^\circ$ nội tiếp đường tròn (O, R). Kẻ các đường cao AA' và BB' của tam giác ABC. Gọi O' là điểm đối xứng của O qua đường thẳng B'C'.

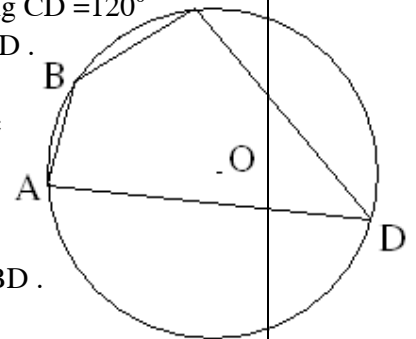
- 1) Chứng minh tứ giác CC'OB' là hình thang cân.



- 2) Chứng minh A, B', C', O' cùng nằm trên một đường tròn và tính B'C' theo R.

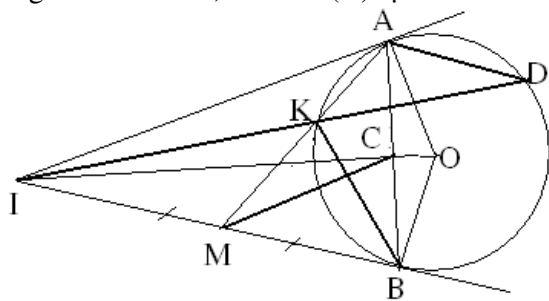
Bài 64.2: Cho đường tròn tâm (O, R). Trên đường tròn theo chiều kim đồng hồ lấy theo thứ tự các điểm A, B, C, D sao cho số cung $AB = 30^\circ$, số cung $BC = 45^\circ$, số cung $CD = 120^\circ$

- a) Tính số đo các cung AC, BD.
- b) Tính độ dài các đoạn AB.
- c) Tính diện tích các tam giác OCD, OBC, OAB.
- d*) Tính diện tích tứ giác ABCD theo R.
- e) Tính độ dài các đoạn AC, BD.



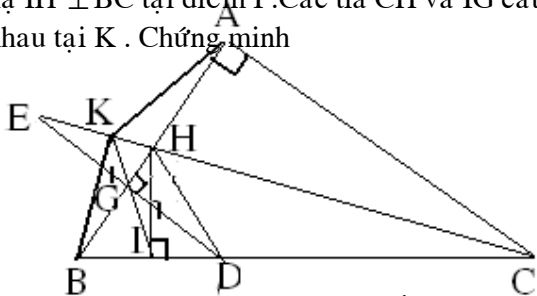
Bài 67.1: Cho tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi S, p, r lần lượt là diện tích tam giác ABC, nửa chu vi tam giác ABC và bán

trung điểm của IB, AM cắt (O) tại A và K.



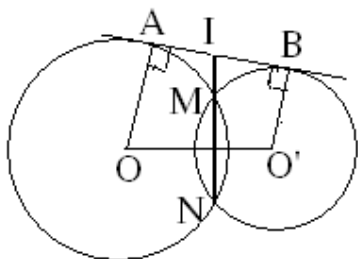
- 1) Chứng minh IO vuông góc AB.
- 2) Gọi C là giao điểm của IO và AB. Chứng minh hai tam giác AKB và AMC đồng dạng, suy ra $AB^2 = 2AK \cdot AM$.
- 3) Gọi D là giao điểm thứ hai của IK và (O). Chứng minh $MB^2 = MK \cdot MA$ và $AD \parallel IB$.
- 4) Chứng minh AB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác IKB.

Bài 70.1: Cho tam giác ABC vuông tại A và điểm D trên cạnh BC. Gọi E là điểm đối xứng với D qua AB và G là giao điểm của AB với DE. Từ giao điểm H của AB với CE hạ $IH \perp BC$ tại điểm I. Các tia CH và IG cắt nhau tại K. Chứng minh



- 1) Tứ giác GHDI và BKHI nội tiếp.
- 2) KC là tia phân giác của góc IKA.

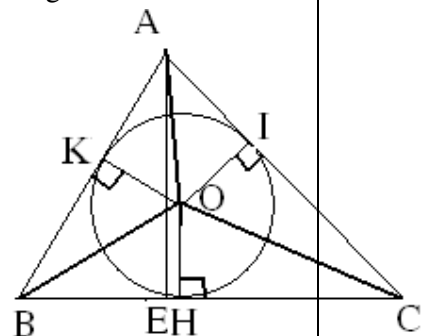
Bài 70.2: Cho hai điểm A và B cố định. Đường tròn tâm O và đường tròn tâm O' lần lượt tiếp xúc AB tại A và B, biết (O) và (O') cắt nhau tại M và N. Chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định khi hai đường tròn thay đổi.



Bài 73: Cho tam giác ABC nội tiếp đường

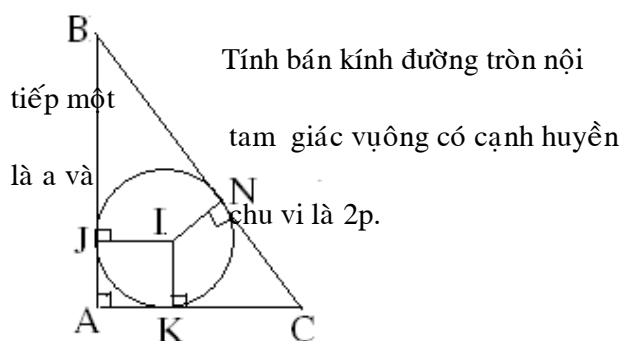
tròn nội tiếp tam giác ABC.

1) Chứng minh $S = p \cdot r$

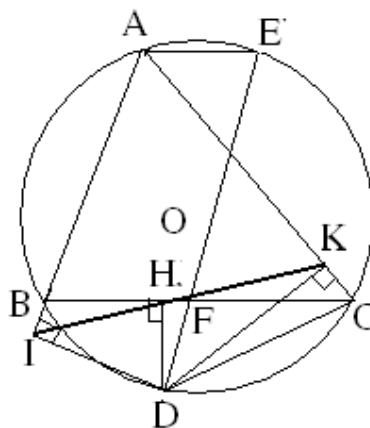


2) Chứng minh $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$ trong đó h_a, h_b, h_c là chiều cao của tam giác ABC hạ từ A, B, C

Bài 67.2:



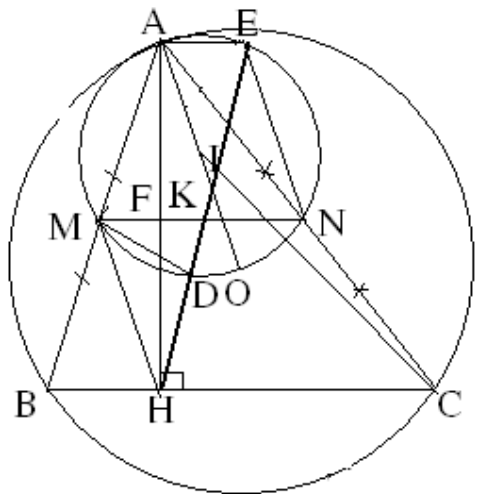
Bài 68: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O. Lấy điểm D trên cung BC không chứa điểm A. Kẻ dây AE song song BC. Dây DE cắt cạnh BC tại F. Hạ DH, DI, DK lần lượt vuông góc với cạnh BC, AC, AB.



- 1) Chứng minh tam giác BDF đồng dạng tam giác ADC.
- 2) Chứng minh tam giác DCF đồng dạng tam giác BAD.

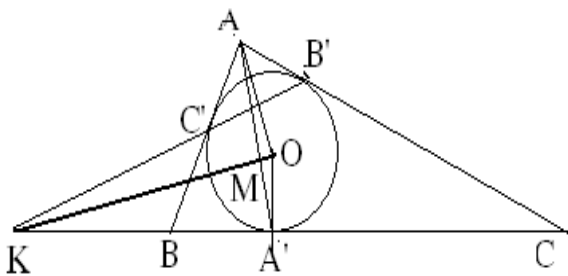
3) Chứng minh: $\frac{BC}{DH} = \frac{AB}{DI} + \frac{AC}{DK}$

tròn $(O; R)$ có M, N là trung điểm của AB và AC , đường cao AH . Đường tròn (I) ngoại tiếp tam giác AMN



- Chứng minh O, I, A thẳng hàng.
- Chứng minh góc $IAC =$ góc HAB .
- Kẻ dây AE của (I) song song MN , HE cắt MN tại K . Chứng minh $KM = KN$.
- HE cắt (I) tại D . Chứng minh tứ giác $BHDM$ nội tiếp.

Bài 74 ; Đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC tiếp tại các điểm A', B', C' . Đường thẳng $B'C'$ cắt OA ở H và BC ở K , AA' cắt OK ở M . Chứng minh



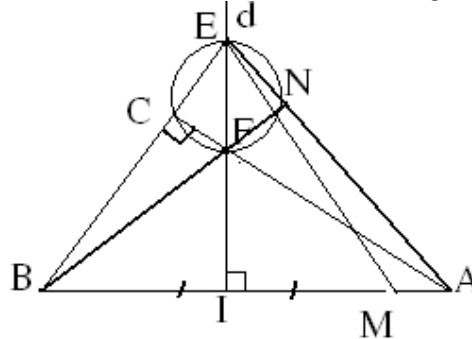
- Hai tam giác OAA' và $OA'H$ đồng dạng.
- Tứ giác $AHMK$ nội tiếp.
- AA' vuông góc OK .
- Năm điểm O, A, B', C', M cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 77: Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O;$

4) Chứng minh ba điểm I, H, K thẳng hàng.

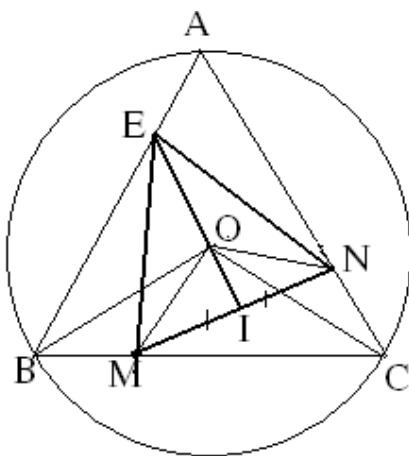
Bài 71 ; Cho tam giác ABC vuông ở C, I là điểm cố định trên AB .

($IB < IA$) và ($BC < CA$). Kẻ đường thẳng d qua I và vuông góc với AB , d cắt AC và BC lần lượt tại F và E . Gọi M là điểm đối xứng của B qua I



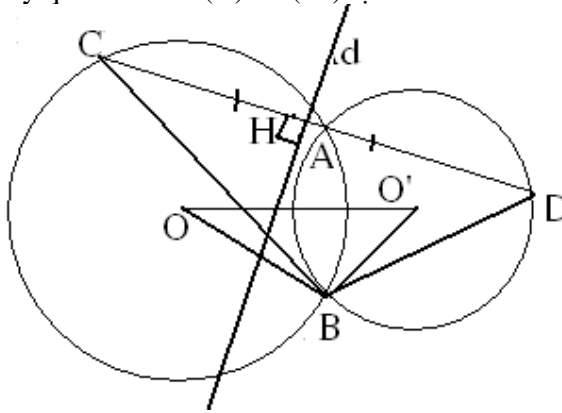
- Chứng minh ΔIME đồng dạng ΔIFA và $IE \cdot IF = IA \cdot IB$.
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF cắt AE ở N . Chứng minh ba điểm F, N, B thẳng hàng.
- Cho A, B cố định, C thay đổi. Chứng minh (AEF) luôn luôn đi qua hai điểm cố định và tâm đường tròn đó nằm trên đường thẳng cố định.

Bài 72 ; Cho tam giác đều ABC nội tiếp $(O; R)$, M và N di động trên BC, CA sao cho $BM = CN$



- Tính diện tích phần hình tròn nằm ngoài tam giác ABC theo R
- Chứng minh $OM = ON$.
- Tứ giác $CMON$ nội tiếp.
- Đường thẳng qua O vuông góc với MN cắt AB tại E . Tam giác MNE có tính chất gì?
- Chứng minh trung điểm I của MN thuộc đường thẳng cố định

R') cắt nhau tại A và B .Một đường thẳng (d) quay quanh A cắt (O) và (O') tại C và D .

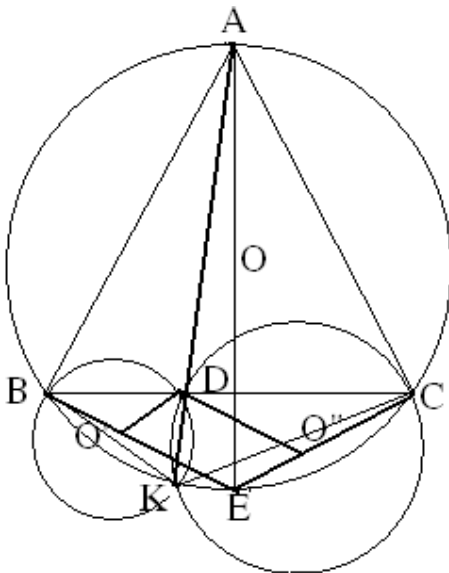


1) Chứng minh đường trung trực của đoạn thẳng CD luôn đi qua điểm cố định .Xác định điểm cố định ấy .

2) Với vị trí nào của đường thẳng (d) thì tam giác BCD có diện tích lớn nhất .

Bài 78 (Thi lớp 10 Bùi Thị Xuân 94-95 HCM)

Cho ΔABC cân tại A và điểm D di chuyển trên cạnh BC (D khác B và C) .Dựng qua D hai đường tròn (O ; R) và (O' ; R') lần lượt tiếp xúc với AB tại B và AC tại C ,hai đường tròn này cắt nhau tại K và D .



1) Chứng tỏ tứ giác ABKD nội tiếp được.

2) Chứng tỏ ba điểm A ,D ,K thẳng hàng và tích AD .AK không đổi .

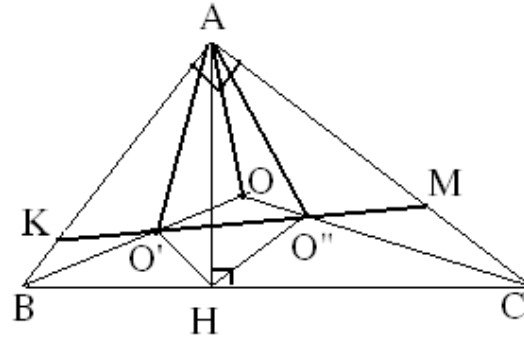
3) Chứng tỏ tổng $R+R'$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm D trên cạnh BC

4) Tìm đường di chuyển của trung điểm M của đoạn thẳng OO'

6) Cho $OM = \frac{2R}{3}$.Tính diện tích các tam giác

OMN và EBM theo R.

Bài 75 ; Tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Gọi (O ; R) , (O' ; R') ; (O'' ; R'') lần lượt là các đường tròn nội tiếp các tam giác ABC ; ABH ; ACH .Chứng minh



a) $R^2 = R''^2 + R'^2$

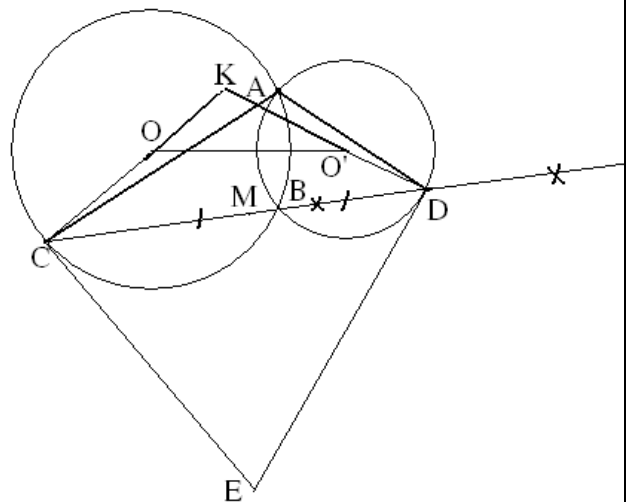
b) $OA = OO'$

c) $R'' + R' \leq R\sqrt{2}$.

d) Chứng minh O là trực tâm của tam giác AO''O'.

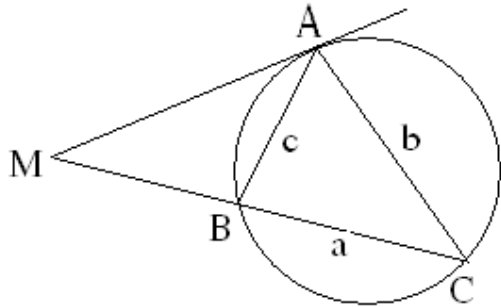
e) Đường thẳng O'O'' cắt AB và AC ở K và M .Chứng tỏ tam giác AKM vuông cân.

Bài 76 ; Cho hai đường tròn (O ; R) và (O' ; R') cắt nhau tại A và B .Một đường thẳng (d) quay quanh B cắt (O) và (O') tại C và D .Gọi M là trung điểm của CD và N là điểm đối xứng của C qua D .

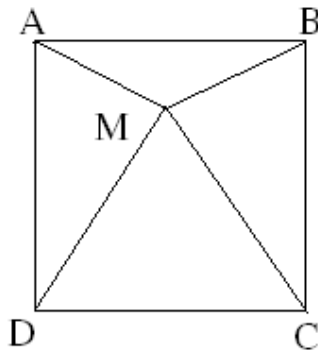


1) Chứng minh khi (d) thay đổi thì mỗi điểm M và N di chuyển trên một đường tròn cố định đi qua

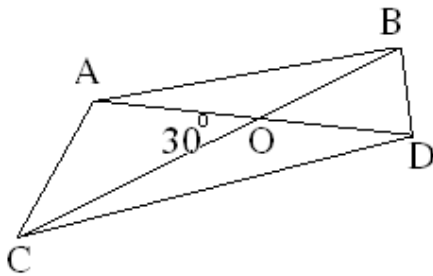
Bài 81.1 : Cho đường tròn (O) , từ một điểm M nằm ngoài đường tròn kẻ tiếp tuyến MA ($A \in (O)$) và cát tuyến MBC ($B; C$ thuộc (O) , $MB < MC$). Cho $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$. Tính MA .



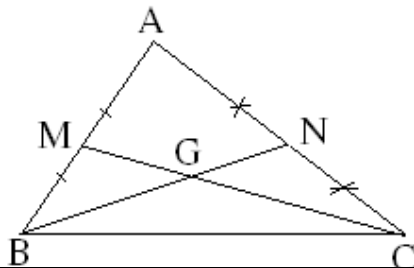
Bài 81.2 : Cho hình vuông $ABCD$. Lấy điểm M nằm trong hình vuông sao cho $\widehat{MAB} = \widehat{MBA} = 15^\circ$. Chứng minh tam giác MCD đều.



Bài 82.1 : Cho tứ giác $ABCD$ có $AC = 10$ cm, $BD = 12$ cm và góc giữa AC và BD bằng 30° . Tính diện tích tứ giác đó.

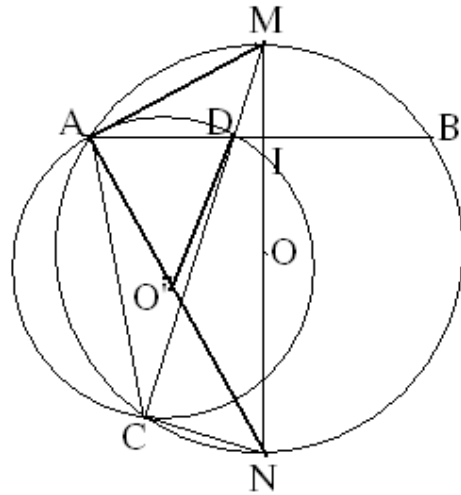


Bài 82.2 : Cho tam giác ABC có $AB < AC$ và BM , CN là hai trung tuyến. So sánh BM và CN .



A và B Xác định tâm và bán kính của chúng .
 2) Các tiếp tuyến tại C và D của hai đường tròn cắt nhau tại E. Chứng tỏ tứ giác ACED nội tiếp .
 3) OC và OD cắt nhau tại K. Chứng tỏ năm điểm A, C, E, D, K cùng thuộc một đường tròn .

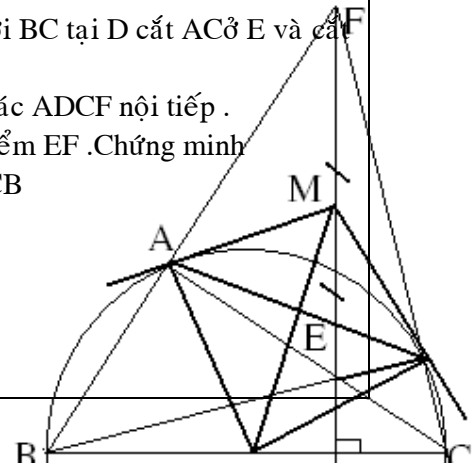
Bài 79: Cho đường tròn (O) và một dây AB . Gọi M là một điểm chính giữa của cung nhỏ AB . Vẽ đường kính MN cắt AB tại I . Gọi D là một điểm thuộc dây AB . Tia MD cắt đường tròn (O) tại C .



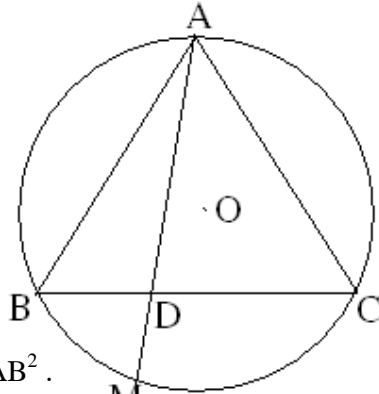
- Chứng minh tứ giác $CDIM$ nội tiếp được .
- Chứng minh tích $MC \cdot MD$ có giá trị không đổi khi D di động trên dây AB .
- Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD . Chứng minh $\widehat{MAB} = \frac{1}{2} \widehat{AOD}$
- Chứng minh ba điểm A, O', N thẳng hàng và MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD .

Bài 80 : Cho đường tròn tâm O có đường kính BC . Gọi A là một điểm trên cung BC sao cho $AB < AC$, D là một điểm trên bán kính OC . Đường vuông góc với BC tại D cắt AC ở E và cắt tia AB ở F .

- Chứng minh tứ giác $ADCF$ nội tiếp .
- Gọi M là trung điểm EF . Chứng minh $\widehat{AME} = 2\widehat{ACB}$



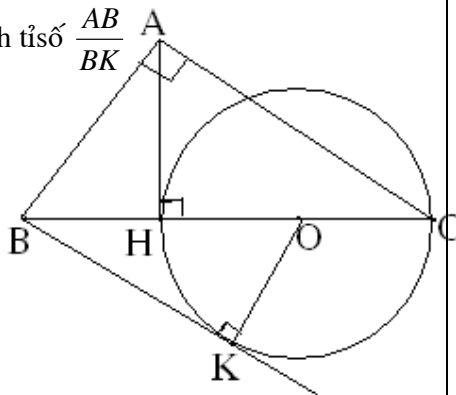
Bài 85: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; R), M là một điểm trên cung nhỏ BC, MA cắt BC tại D. Chứng minh rằng :



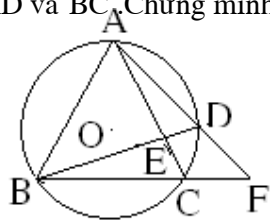
- $AD \cdot AM = AB^2$.
- $MA = MB + MC$
- $MA + MB + MC \leq 4R$
- $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 6R^2$
- $MA^4 + MB^4 + MC^4 = 18R^4$
- $\frac{1}{MD} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$

Bài 86.1:

Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao. Vẽ đường tròn tâm O đường kính HC. Kẻ tiếp tuyến BK với (O) (K là tiếp điểm). Tính tỉ số $\frac{AB}{BK}$.



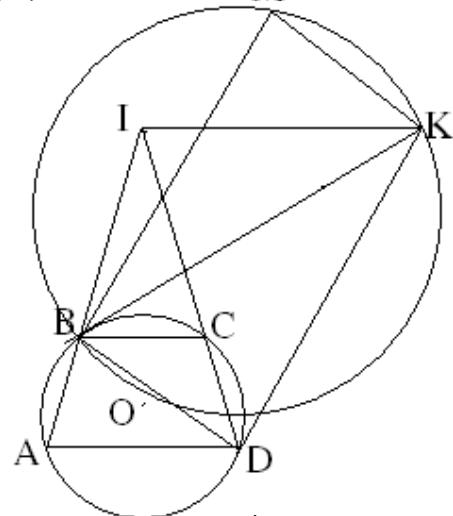
Bài 86.2: Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Điểm D di động trên cung AC. Gọi E là giao điểm của AC và BD, F là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng :



- Góc AFB = góc ABD.
- Tích AE . BF không đổi.

- Chứng minh AM là tiếp tuyến của đường tròn (O).
- Gọi K là giao điểm CF và đường tròn (O). Chứng minh B, E, F thẳng hàng và $OM \perp AK$.

Bài 83 : Cho hình thang ABCD có đáy lớn AD, đáy nhỏ BC nội tiếp đường tròn tâm O. AB và kéo dài cắt nhau tại I. Các tiếp tuyến của đường tròn tâm (O) tại B và D cắt nhau tại K.



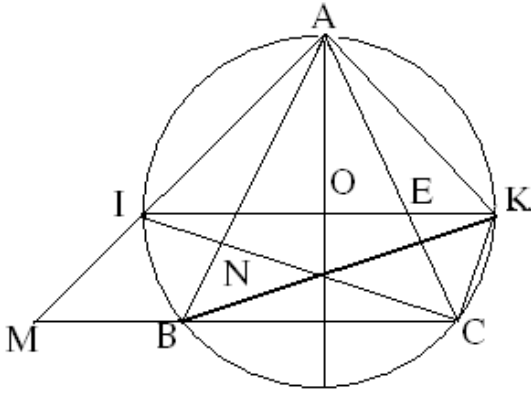
- Chứng tỏ tứ giác BIKD nội tiếp và $IK // BC$.
- Hình thang ABCD cần điều kiện gì để tứ giác AIKD là hình bình hành. Khi đó chứng minh hệ thức $IC \cdot IE = ID \cdot CE$.
- Vẽ hình bình hành BDKM đường tròn ngoại tiếp tam giác BKM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N. Chứng minh rằng D, N, M thẳng hàng.

Bài 84 :

Cho tam giác ABC vuông tại C (CA > CB). I là điểm thuộc cạnh AB. Trên nửa mặt phẳng có bờ AB có chứa điểm C kẻ tia Ax và By vuông góc AB. Đường thẳng vuông góc IC kẻ qua C cắt Ax và By tại M và N.

Bài 89:

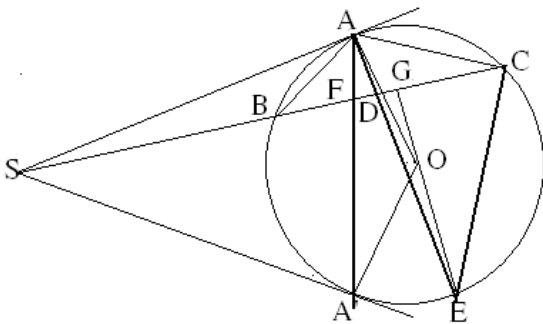
Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp (O) . I là một di động trên cung AB .AI cắt CB tại M , AB cắt IC tại N.



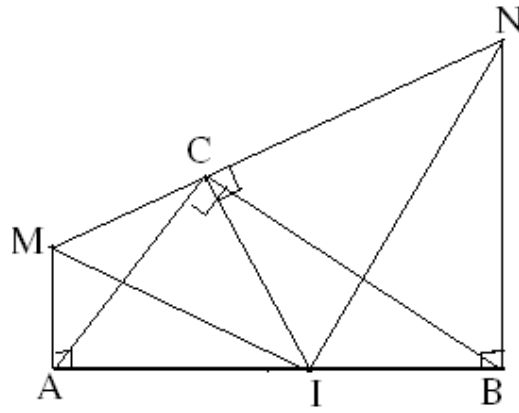
- a) Chứng minh rằng : $\angle AMC + \angle ANC = 2 \angle ACB$
- b) Chứng minh tích $AI \cdot AM$ không đổi .
- c) Vẽ dây cung IK song song với BC ,IK cắt AC ở E .Chứng minh : $\triangle ACK \sim \triangle AMB$, $\triangle ACM \sim \triangle AKB$ và $\triangle AEK \sim \triangle AIB$.
- d) Xác định vị trí của I để $AB = MB$.

Bài 90 :

Cho đường tròn (O) và một điểm S nằm ngoài đường tròn .Từ S kẻ hai tiếp tuyến SA và SA' và cát tuyến SBC tới đường tròn (B nằm giữa C và S) .Phân giác \widehat{BAC} cắt dây BC ở D và cắt cung BC ở E .Gọi F là giao điểm của AA' với BC; G là giao điểm của OE với BC .



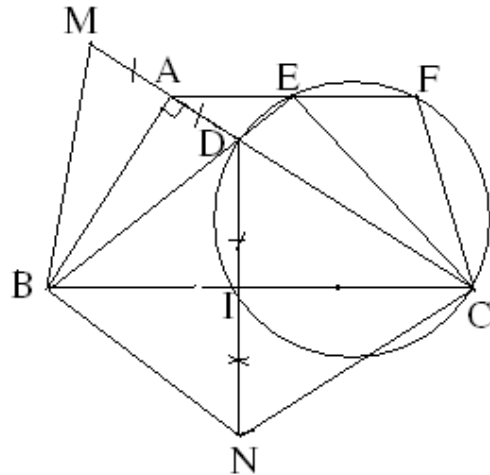
- a) Chứng minh $EC^2 = ED \cdot EA$.
- b) Chứng minh $SA^2 = SG \cdot SF$.
- c) Khi cát tuyến SBC quay quanh S thì D di



- a) Chứng minh hai tam giác CAI và CBN đồng dạng .
- b) So sánh hai tam giác ABC và INC .
- c) Chứng minh IM vuông góc IN .
- d) Tìm vị trí của I sao cho diện tích tam giác IMN lớn gấp đôi diện tích tam giác ABC.

Bài 87:

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) .Lấy điểm D thuộc cạnh AC .Vẽ đường tròn đường kính CD cắt BD ở E và cắt AE ở F .



- a) Chứng minh A , B , C , E cùng thuộc một đường tròn .
- b) Chứng minh $\widehat{BCA} = \widehat{ACF}$.
- c) Gọi M , N lần lượt là điểm đối xứng của D qua AB và BC .Chứng minh tứ giác BNCM nội tiếp .
- d) Xác định vị trí điểm D sao cho bán kính đường tròn (BNCM) đạt giá trị nhỏ nhất .

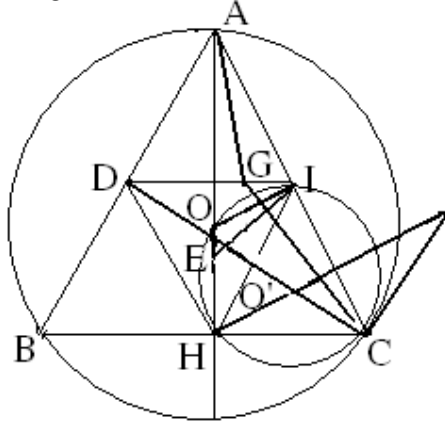
Bài 88:

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính

động trên đường cố định nào ?

d) Biết $SB = a$; $BC = \frac{2a}{3}$ tính SF.

Bài 93 : Cho tam giác cân tại A nội tiếp đường tròn (O) đường kính AM .Gọi D , H , I lần lượt là trung điểm của AB , BC , AC .

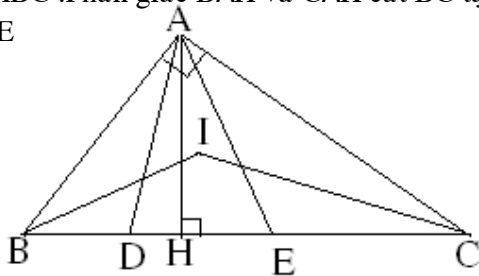


1) Chứng minh :

- A , O , H thẳng hàng và $AC^2 = 2 AO .AH$.
- Bốn điểm O , I , C ,H cùng thuộc một đường tròn có tâm là (O')
- Đường tròn (O') tiếp xúc với (O) .
- Gọi H' là điểm đối xứng của H qua AC .Chứng minh CH' là tiếp tuyến của (O) .
- Gọi E ,G lần lượt là trọng tâm của tam giác ACD và ABC .Chứng minh hai tam giác AGC và IEO đồng dạng .

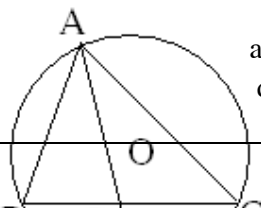
Bài 94.1 :

Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao , I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .Phân giác BÂH và CÂH cắt BC tại D và E



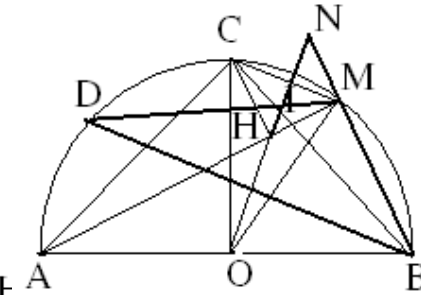
Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

Bài 94.2 : Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), phân giác trong AD .



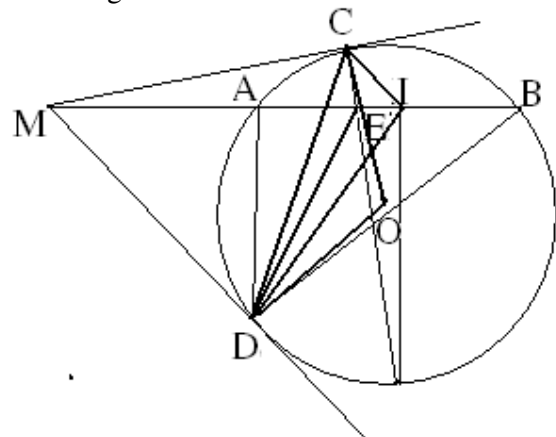
- Xác định tâm O' của đường tròn đi qua A và tiếp xúc với BC tại D .

AB và C là điểm chính giữa cung AB .Lấy M là điểm trên cung BC và vẽ đường cao CH của tam giác ACM.



- Chứng tỏ OH là tia phân giác của góc COM .
- Gọi I là giao điểm của OH và BC ,D là giao điểm thứ hai của MI với nửa đường tròn (O) . Chứng minh $MC // BD$
- Tìm vị trí của M sao cho D , H , B thẳng hàng .
- Gọi N là giao điểm của OH và BM .Chứng minh N di động trên một đồng tròn cố định .

Bài 91: Cho đường tròn (O) và dây cung AB .Trên tia đối của tia AB lấy điểm M ,kẻ các tiếp tuyến MC và MD tới đường tròn .phân giác của góc ACB cắt AB ở E .Gọi I là trung điểm của dây AB .Chứng minh :

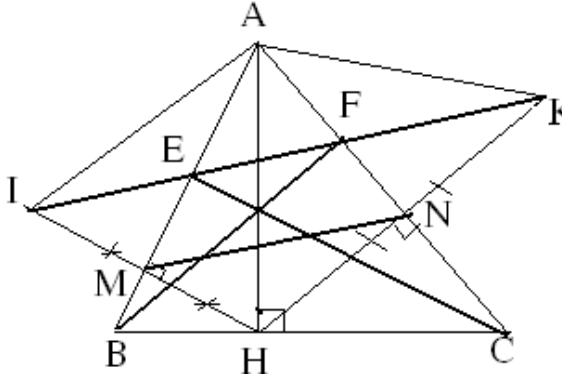


- $MC = ME$.
- DE là phân giác của góc ADB .
- Đường tròn qua ba điểm M , C , D thì đi qua hai điểm cố định O và I .
- IM là tia phân giác của góc CID .
- Xác định vị trí của điểm M trên đường thẳng AB để tam giác MCD là tam giác đều .

b) Chứng minh đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O) .

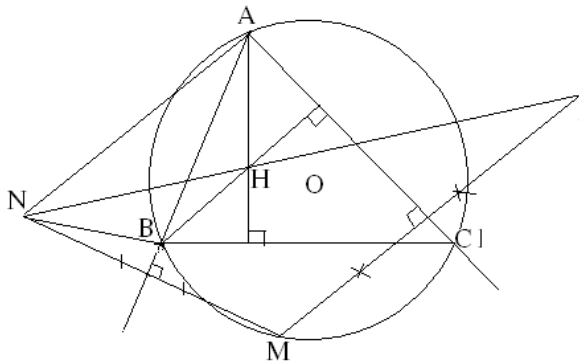
Bài 97 :

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn ,AH là đường cao .Kẻ $HM \perp AB$; $HN \perp AC$.Gọi I là điểm đối xứng của H qua M , K là điểm đối xứng của H qua N .Đường thẳng IK cắt AB và AC tại E và F .Chứng minh:



- a) Góc AIK = góc AKI
- b) Tứ giác MNBC nội tiếp .
- c) CE vuông góc AB
- d) ΔABC thỏa điều kiện gì thì $IN = MK$.

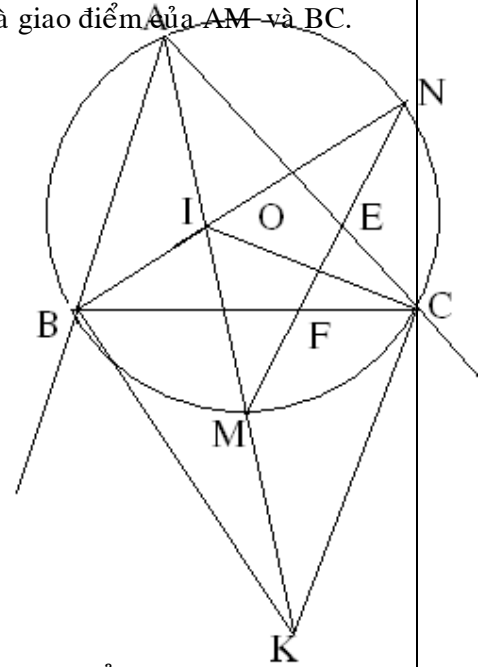
Bài 98.1 : Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có trực tâm là H , M là điểm bất kì trên cung BC không chứa A .



- a) Xác định vị trí của M để tứ giác BHCM là hình bình hành.
- b) Gọi N và E lần lượt là điểm đối xứng của M qua AB và AC .Chứng minh tứ giác ANBH nội tiếp .
- c) Chứng minh N , H , E thẳng hàng .

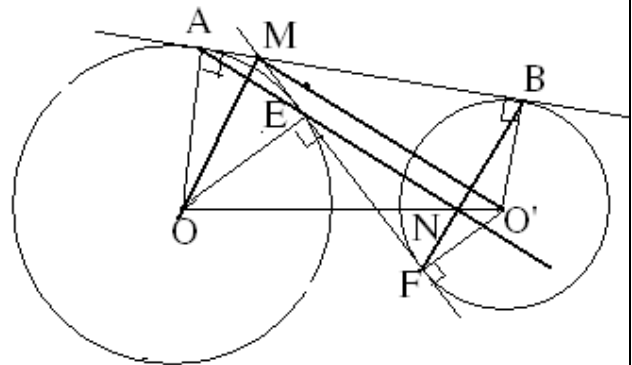
Bài 98.2 : Cho tam giác ABC vuông tại B có đường cao AH .Trên tia đối của BA lấy E sao cho $BE = BA$.Gọi D là trung điểm HB

Bài 92 : Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) .Gọi I là giao điểm của hai phân giác trong kẻ từ B và C ,K là giao điểm của hai phân giác ngoài kẻ từ B và C .Gọi M là điểm chính giữa của cung BC ,D là giao điểm của AM và BC.

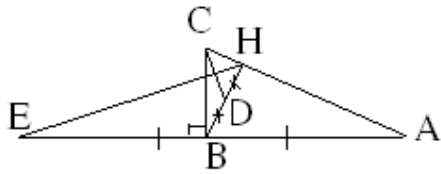


- a) Chứng minh A, I, M thẳng hàng .
- b) BI cắt AC ở N , MN cắt AC , BC lần lượt ở E và F .Chứng minh tam giác EFC cân .
- c) Chứng minh 4 điểm I , B , K , C cùng thuộc một đường tròn và tâm của đường tròn này thuộc

Bài 95 : Cho hai đường tròn tâm O và O' ở ngoài nhau .Kẻ tiếp tuyến chung ngoài AB và tiếp tuyến chung trong EF ($A, E \in (O)$; $B, D \in (O')$) .Gọi M là giao điểm của AB và EF , N là giao điểm của AE và BF .Chứng minh :

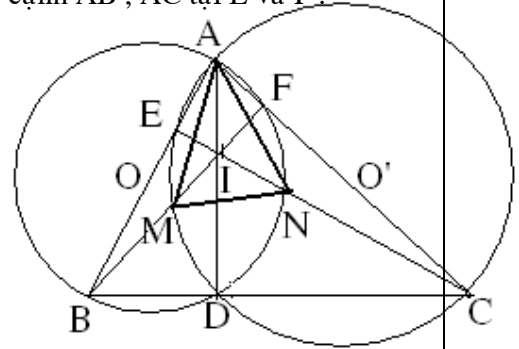


- a) Hai tam giác AOM và BMO' đồng dạng .
- b) AE vuông góc BF .
- c) O , N , O' thẳng hàng .



Chứng minh HE vuông góc CD.

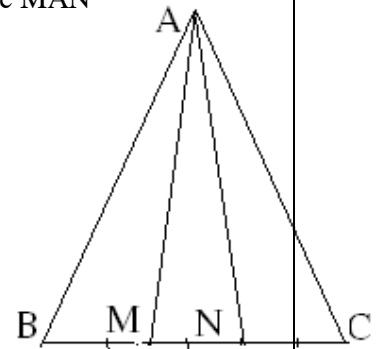
Bài 96.1 : Cho tam giác ABC , các đường tròn đường kính AB và AC cắt nhau tại A và D và lần lượt cắt các cạnh AB , AC tại E và F .



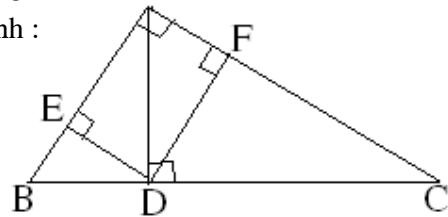
- Chứng tỏ các đường thẳng AD ,BF ,CE đồng quy.
- Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF
- Đường tròn đường kính AB cắt CE tại N ,đường tròn đường kính AC cắt BF ở M .Chứng tỏ tam giác ANM cân.

Bài 96.2 : Cho tam giác ABC cân tại A .Trên BC lấy hai điểm M , N sao cho $BM = MN = NC$.Chứng minh

Góc BAM = góc NAC < góc MAN



Bài 99.1 : Cho tam giác ABC vuông tại A có AD là đường cao , kẻ $DE \perp AB, DF \perp AC$.Chứng minh :



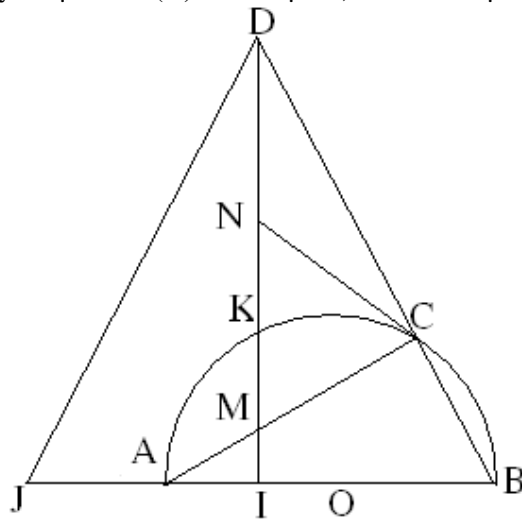
- $DB \cdot DC = EA \cdot EB + FA \cdot FC$. Hệ thức có còn đúng không khi D là điểm tùy ý trên BC ?
- $\frac{AC^3}{AB^3} = \frac{CF}{BE}$

Bài 99.2 :

ABC từ
đáy BC
AC .Gọi O
góc BE

Trong tam giác cân
trung điểm H của cạnh
ta kẻ HE vuông góc
là trung điểm HE
Chứng minh AO vuông

Bài 100 : Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm OA. Đường thẳng vuông góc với OA tại I cắt (O) tại K. Điểm M di động trên đoạn IK. Đường thẳng AM cắt (O) tại điểm C. Tiếp tuyến tại C với (O) cắt IK tại N, BC cắt IK tại D.



- Chứng minh ΔAOK đều và tam giác CMN cân.
- Gọi J là điểm đối xứng của B qua I. Chứng minh tứ giác AMDJ nội tiếp.
- Cho M là trung điểm IK. Tính MD.